

Interne notater

STATISTISK SENTRALBYRÅ

89/30

25. august 1989

EN ØKONOMISK MODELL FOR TEMPERATURKORRIGERING AV ENERGIBRUKEN

av

Torstein Bye

og

Mona Irene Hansen

SAMMENDRAG

Denne rapporten går gjennom en mulig teori for etterspørselen etter energi og fordelingen på energibærere innenfor sektorer i norsk økonomi hvor det er naturlig å temperaturkorrigere forbruksutviklingen. I de økonomiske modellene som bl.a. nyttes til energiframskrivinger, MSG og MODAG, er det ønskelig at en beskriver utviklingen i et temperaturmessig normalår. Siden basisåret som velges i modellene skjelden er temperaturmessige normalår må en foreta en korrigering av beregningene. Korrigeringen foregår ved at en i en separat temperaturkorrigeringsmodell beregner et sett av korreksjonsparametre som nyttes i makromodellene.

Rapporten inkluderer også teori for fordeling av det temperaturkorrigerte forbruket på de to energivarene elektrisitet og olje. I rapporten estimeres den utledede modellen med utgangspunkt i månedsdata. Modellen simuleres på historien og simuleringene sammenlignes med resultatene fra en temperaturkorrigeringsmodell som ikke har med økonomiske forklaringsvariable og som er benyttet til nå

Innhold

1 Innledning	2
2 Tidligere modeller	3
3 En ny modell	3
3.1 Total energietterspørsel	4
3.2 Sammensetning av energiforbruket	6
3.2.1 Et enkelt CES-aggregat	6
3.2.2 Tregheter i tilpasningen	6
3.2.3 Skjevhet på grunn av temperatur	7
4 Data	9
4.1 Salg av oljeprodukter og forbruk av elektrisitet	9
4.2 Priser på elektrisitet og olje	10
4.3 Priser på energi og andre varer og tjenester	10
4.4 Temperaturdata	10
4.5 Data for privat konsum	10
5 Estimeringer	11
6 Simuleringer	12
7 Sammenligning med tidligere temperaturkorrigeringer	14
Vedlegg 1 Tabeller over data i modellen	15

1 Innledning

Utviklingen i innenlandsk energiforbruk er sterkt avhengig av utviklingen i og sammensetningen av veksten i norsk økonomi. Sammensetningen av forbruket av energi, dvs forbruket av elektrisitet og olje, avhenger bl.a. av det relative prisforhold mellom disse to energivarene.

Norge er et land med store temperaturvariasjoner over året. Den delen av energiforbruket som går til oppvarming vil dermed også variere sterkt over året. Det vil også være store variasjoner i den gjennomsnittlige temperaturen fra et år til et annet. Disse variasjonene kan muligjøre en grov oppdeling av energiforbruket etter formål.

På lang sikt kan en antakelig i en ren økonomisk forklaringsmodell si at modellen beskriver gjennomsnittsutviklingen i energiforbruket og at temperaturvariasjonene er med i restleddene i modellen. Ved etablering av modellens basisår har en imidlertid ønsket å renske bort den del av energiforbruket som skyldes temperaturforhold utover det normale.

Det har opp gjennom årene vært utviklet ulike modeller for å forklare energiforbrukets avhengighet av temperaturforholdene. Felles for alle disse modellene er at de har vært rene "ingeniørmodeller" i den forstand at økonomien i modellene har vært svært mangelfullt modellert. Stort sett har en antatt at *veksten* i energiforbruket har fulgt en tidstrend. Resultatene fra disse modellene har en implementert i makromodellene.

I dette notatet går vi gjennom en modell der en integrerer økonomiske og fysiske forklaringsvariable i én modell til forklaring av den totale energiforbruksutviklingen. I motsetning til de tradisjonelle økonomiske modellene som estimeres på årsdata estimeres denne modellen på månedsdata. Av datamessige grunner har en imidlertid på samme måte som i de tidligere temperaturkorrigeringsmodellene vært avhengig av å velge en svært aggregert form i analysen.

Store deler av energiforbruket er knyttet til oppvarmingsformål, men en god del av energiforbruket er også knyttet til prosessformål, andre el.spesifikke formål eller til transportformål. Det er bare den delen av energiforbruket som går til oppvarmingsformål vi ønsker å temperaturkorrigere. Hvor stor del som går til oppvarmingsformål vet vi imidlertid ikke. Ideelt sett vil det imidlertid følge av den estimerte modell.

Vi har forutsatt at industriens energiforbruk ikke skal temperaturkorrigeres da denne energien stort sett går til prosesser med varme som en bieffekt. Videre er alle oljevarer som vesentlig nyttes til transportformål ikke med, dvs bensin, autodiesel og marint brennstoff. Transportsektoren er holdt utenfor. Modellen vil derfor i hovedsak være en modell for tjenesteyting og husholdninger, unntatt transport.

I kapittel 2 beskrives den tidligere modellen som er nyttet i Byrået, og i kapittel 3 beskrives en modell hvor økonomidelen og temperaturdelen integreres. I motsetning til tidligere modeller hvor olje og elektrisitet ble temperaturkorrigert hver for seg, sees de i denne modellen i sammenheng. I kapittel 4 beskrives de data som er nyttet ved estimering, og estimeringsresultatene presenteres i kapittel 5. I kapittel 6 er den komplette modellen testet på de historiske dataene, og i kapittel 7 sammenlignes temperaturkorrigeringen i denne modellen med tidligere modeller. I vedlegget presenteres tabeller over alle dataene som er nyttet i analysen.

2 Tidligere modeller

Tidligere modeller for temperaturkorrigering av energiforbruket i Byrået var "fysiske" modeller der forklaringsfaktorer for utviklingen i elektrisitets- og oljeforbruket var temperatur og en tidsvariabel. Temperaturkorrigerte tall fra disse modellene ble implementert i makromodellene MSG og MODAG. Et eksempel på en slik "fysisk" modell er, se Ljones og Sæbø(1983)

$$\ln(X) = a + b \ln T + (c + c_1 ENK)T + dT^2 + et + ft^2, \quad (2.1)$$

der X kan være henholdsvis elektrisitets- og oljeforbruket, T er utetemperaturen målt ved et graddøgntall, ENK er en dummyvariabel som tar vare på spesielle variasjoner i vårmånedene (vårsoleffekten) og t er en tidsvariabel. Elektrisitetsforbruket (og/eller oljeforbruket) er ikkelineært avhengig av utetemperaturen og en tidsvariabel. Aktivitetsnivået i samfunnet er ikke med i modellen, men representeres forenklet ved tidsvariabelen.

Grunnen til antagelsen om at et annengradsledd for temperaturen er relevant er at det er en øvre grense for hvor mye en kan belaste et eksisterende oppvarmingssystem ved kalde perioder og det er en nedre grense for hvor mye en kan redusere forbruket ved høye temperaturer (varmt). Det siste kan også delvis skyldes at en ved høye temperaturer starter avkjøling av luften (airconditioning) og at energiforbruket derfor lett kunne øke utenfor en viss grense for temperatursvingninger.

Forklaringen på at tidsvariabelen er kvadrert er imidlertid uklar. Bruk av tidsvariabel på denne måten er også fra økonomers synspunkt en svært utilfredstillende måte å modellere på. I tillegg til dette er det også utilfredstillende at elektrisitets- og oljeforbruket temperaturkorrigeres hver for seg uten hensyntagen til det totale energiforbruket.

3 En ny modell

Anta at vi i første omgang ser på en konsument som etterspør varme. Dette kan for eksempel måles ved konsumentens etterspørsel etter energi til varmeformål. En kan videre anta at det finnes mange konsumenter med individuelle varmebehov. Ved en økning i antall konsumenter vil behovet for varme og energi øke. Vi vil her imidlertid se på alle konsumenter samlet.

En kan tenke seg at etterspørselen etter oppvarming øker ved økende inntekt. Etterspørselen etter oppvarming kan også tenkes å øke raskere enn inntekten, dvs at varme kan sees på som et luksusgode, iallefall i makro. Dette kan for eksempel skje ved at en har mange rom som en ikke varmer opp ved lav inntekt, men etterhvert som inntekten øker vil en varme opp flere og flere rom. En kan også tenke seg at en ønsker å øke innnetemperaturen ved økende inntekt. De siste 20 årene har den målte gjennomsnittlige innnetemperaturen økt med flere grader i norske boliger.

Videre er energiprisene av betydning for etterspørselen etter energi også til varmeformål. Den direkte effekten av endrede energipriser er helt parallell med effekten av endret inntekt (inntektseffekten). I tillegg kan en ved prisendringer få en endring i relative prisforhold mellom varer og dermed en endret sammensetning av det totale konsumet (substitusjonseffekten).

En tredje faktor av betydning er utetemperaturen. Ved lave utetemperaturer kreves store energimengder for å varme opp, og ved høye utetemperaturer kreves mindre energimengder. Siden det er varme som "etterspørres" sier denne siste faktoren sier da noe om

effekten av den energien som nyttes med hensyn på etterspørselen.

3.1 Total energietterspørsel

Anta at vi har en makro nyttefunksjon for konsumentene

$$W = w(M, V(U, T_1)), \quad (3.1)$$

der nytten (W) er avhengig av varmen inne (V) og av alle andre varer og tjenester (M). Varmen er igjen avhengig av forbrukt mengde energi (U) og av utetemperaturen (T) representert ved leddet T_1^{-1} . Vi kan nå anta en indirekte nyttefunksjon fra et kvadratisk utgiftssystem, se Pollak and Wales (1978)

$$W = \frac{-\prod_{i=1}^n p_i^{\alpha_i}}{C - \sum_{i=1}^n \beta_i p_i} - \lambda \frac{\prod_{i=1}^n p_i^{\alpha_i}}{\prod_{i=1}^n p_i^{\nu_i}}, \quad (3.2)$$

der p_i er prisen på produkt i , C er total forbruksutgift og α_i, β_i , og ν_i er koeffisienter. I nyttefunksjonen inngår to varer, $i = U, M$ for henholdsvis energi og andre varer og tjenester. Vi har følgende restriksjoner på koeffisientene,

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = \sum_{i=1}^n \nu_i = 1. \quad (3.3)$$

Vi antar at koeffisienten β_U foran energileddet er avhengig av utetemperaturen

$$\beta_U = \bar{\beta}_U + \beta'_U T_1. \quad (3.4)$$

En rimelig tolkning kan være at betalingsvilligheten for energi er høyere ved sterk kulde ute enn ved høyere utetemperaturer. Hvis vi nå antar at $\lambda = 0$ i 3.2 får vi en indirekte nyttefunksjon hvorfra en kan utlede det lineære utgiftssystemet. Ved siden av Frisch's complete scheme (for en anvendelse av dette se SØS 43²) er dette det mest vanlig nyttede utgangspunkt i konsumentteorien,

$$W = \frac{-\prod p_i^{\alpha_i}}{C - \sum_{j=1}^n \beta_j p_j}. \quad (3.5)$$

Utgift til hver vare kan nå utledes fra (3.5),

$$p_i x_i = \beta_i p_i + \alpha_i (C - \sum_j \beta_j p_j), \quad (3.6)$$

for $x_i = U, M$. Konsumutgift til vare i består av et nødvendig minstekonsum $\beta_i p_i$ og en andel α_i av budsjettet minus minstekonsum av alle varene. For energietterspørselen får vi nå

$$U = \beta_U + \alpha_U \left(\frac{C}{p_U} - \beta_U - \beta_M \frac{p_M}{p_U} \right). \quad (3.7)$$

¹Vi kommer senere tilbake til hvordan en kan tenke seg T_1 som en funksjon av T . Et problem kan være at nytten ikke er entydig stigende med varmen vi har inne. Vi vil imidlertid forutsette at dette gjelder innenfor det relevante området.

²Frisch's complete scheme er i seg selv ikke et parametrisert etterspørselssystem, men har i Byråets modeller fått knyttet til seg en loglineær versjon.

Fra 3.4 og 3.7 får vi videre

$$U = (1 - \alpha_U)\bar{\beta}_U + (1 - \alpha_U)\beta_U'T_1 + \alpha_U\frac{C}{p_U} - \alpha_U\beta_M\frac{p_M}{p_U}. \quad (3.8)$$

Denne kan reduseres til

$$U = \beta_U^* + \beta_U'^*T_1 + \alpha_U\frac{C}{p_U} - \alpha_{UM}\frac{p_M}{p_U} \quad (3.9)$$

der

$$\begin{aligned} \beta_U^* &= (1 - \alpha_U)\bar{\beta}_U \\ \beta_U'^* &= (1 - \alpha_U)\beta_U' \\ \alpha_{UM} &= \alpha_U\beta_M \end{aligned}$$

Vi får altså at volumutviklingen for energi er avhengig av utetemperaturen, løpende konsumutgift deflatert med energiprisen og av det relative prisforhold mellom andre varer og tjenester og energiprisen.

Effekten av temperaturleddet kan her oppfattes å være beskrevet på generell form eller som en temperaturfunksjon. Denne temperaturfunksjonen kan for eksempel spesifiseres ved de første leddene i 2.1

$$T_1 = b_1 \ln T + (c_1 + c_{11}ENK)T + d_1T^2. \quad (3.10)$$

På sommerstid kan effekten av airconditioning begrunne et annengradsledd for temperaturen. Tilsvarende på vinterstid kan være at en når kapasitetstaket på alt oppvarmingsutstyr. Det er imidlertid vanskelig å finne en god begrunnelse for både lineær, kvadratisk og loglineær avhengighet av temperaturen som benyttet i (2.1). Vi vil her spesifisere T_1 som

$$\beta_U'^*T_1 = (\tau_{U1} + \tau_{U2}ENK)T, \quad (3.11)$$

dvs. som en lineær funksjon av temperaturen korrigeret for effekter fra vårmånedene. Vårmånedeffekten er i (2.1) forklart nærmest som en psykologisk effekt. Når vårsola kommer har en i Sæbø og Ljones op.cit. antatt at konsumentene skrur ned varmen litt ekstra i forhold til en ren temperaturkorrigering. Siden denne variabelen var klart signifikant i deres modell har vi uten å vurdere den tatt den med som et alternativ også i vår modell.

Vi har så langt foretatt fire modifikasjoner av 2.1. For det første har vi erstattet hver enkelt etterspørselsfunksjon for de ulike varene med en total energifunksjon. For det andre har vi erstattet tidsvariabelen med økonomiske forklaringsvariable. Den tredje modifikasjonen ligger i at temperaturkorrigeringen så langt virker på det totale energiforbruket og dermed i utgangspunktet virker nøytralt med hensyn på de energivarene som inngår i aggregatet. Dette kommer vi imidlertid tilbake til. For det fjerde har vi forenklet temperaturfunksjonen noe.

Vår modell for forklaring av det totale energiforbruket blir nå

$$U = \beta_U^* + (\tau_{U1} + \tau_{U2}ENK)T + \alpha_U\left(\frac{C}{p_U}\right) - \alpha_{UM}\left(\frac{p_M}{p_U}\right). \quad (3.12)$$

På stokastisk form blir den

$$U = \beta_U^* + (\tau_{U1} + \tau_{U2}ENK)T + \alpha_U\left(\frac{C}{p_U}\right) - \alpha_{UM}\left(\frac{p_M}{p_U}\right) + \mu_U, \quad (3.13)$$

der μ_U er et stokastisk restledd med forventning null og konstant varians.

3.2 Sammensetning av energiforbruket

Den totale energietterspørselen til konsumentene settes sammen ved etterspørsel etter ulike typer energi. I denne analysen begrenses antall energibærere til to, elektrisitet og olje (alle fyringsoljer). Sammensetningen av energiforbruket kan representeres ved ulike aggregatfunksjoner. Vi skal i det følgende se på tre ulike varianter: Et statistisk CES-aggregat, et CES-aggregat hvor det forutsettes tregheter i tilpasningen til energibærer og et CES-aggregat hvor det forutsettes at sammensetningen avhenger av temperaturen.

3.2.1 Et enkelt CES-aggregat

Vi kan tenke oss at energietterspørselen fra konsumentene kan settes sammen ("produseres") ved innsats av elektrisitet og olje. Vi kan for eksempel beskrive dette ved et CES-aggregat

$$U = \left[\delta \left(\frac{F}{\delta} \right)^{-\rho} + (1 - \delta) \left(\frac{E}{(1 - \delta)} \right)^{-\rho} \right]^{-\frac{1}{\rho}}, \quad (3.14)$$

der E er innsats av elektrisitet og F er innsats av olje. Videre er δ en andelsparameter og ρ er en substitusjonsparameter. Den duale enhetskostnadsfunksjonen til denne kan nå skrives som, se Bye, T. (1984)

$$P_U = \left[\delta (P_F)^{1-\sigma} + (1 - \delta) (P_E)^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}, \quad (3.15)$$

der substitusjonselastisiteten $\sigma = \left(\frac{1}{1-\rho} \right)$. Ved å benytte Shephard's lemma finner en følgende forhold mellom etterspørselen etter de to innsatsfaktorene

$$\ln \left(\frac{E}{F} \right) = \kappa - \sigma \ln \left(\frac{P_E}{P_F} \right), \quad (3.16)$$

der $\kappa = \ln \left(\frac{1-\delta}{\delta} \right)$. På stokastisk form har vi

$$\ln \left(\frac{E}{F} \right)_t = \kappa - \sigma \ln \left(\frac{P_E}{P_F} \right)_t + \varepsilon_t, \quad (3.17)$$

der ε_t er et stokastisk restledd med forventning null og konstant varians. Vår totale modell består nå av (3.13) og (3.17).

3.2.2 Tregheter i tilpasningen

I et oppvarmingssystem kan det være betydelige tregheter i tilpasningen av oppvarmingsutstyr fra måned til måned. F. eks kan det være slik at når en først har startet opp et oljefyringsanlegg skal det store temperaturvariasjoner til før en velger å slå av anlegget helt. Reguleringen foretas da med evt. elektrisk oppvarmingsutstyr som er lettere å regulere. En alternativ stokastisk utforming av 3.17 er nå

$$\ln \left(\frac{E}{F} \right)_t = \kappa - \sigma \ln \left(\frac{P_E}{P_F} \right)_t + \mu_{E,t}. \quad (3.18)$$

der $\mu_{E,t}$ er et stokastisk restledd hvor det er avhengighet mellom leddene på ulike tidspunkter

$$\mu_{E,t} = \omega \mu_{E,t-1} + \lambda_t, \quad (3.19)$$

dvs at restleddet i en periode er avhengig av restleddet i perioden før i forhold til en konstant ω og av et uavhengig ledd λ_t . I tilfelle med autokorrelerte restledd kan en utlede en treghetsmodell der det relative forbruket mellom el. og olje i en periode er avhengig av det tilsvarende i perioden før, se Bye, T. (1984)

$$\ln\left(\frac{E}{F}\right)_t = \kappa - \alpha \ln\left(\frac{P_E}{P_F}\right)_t + \gamma \ln\left(\frac{E}{F}\right)_{t-1} + \mu_{E,t}. \quad (3.20)$$

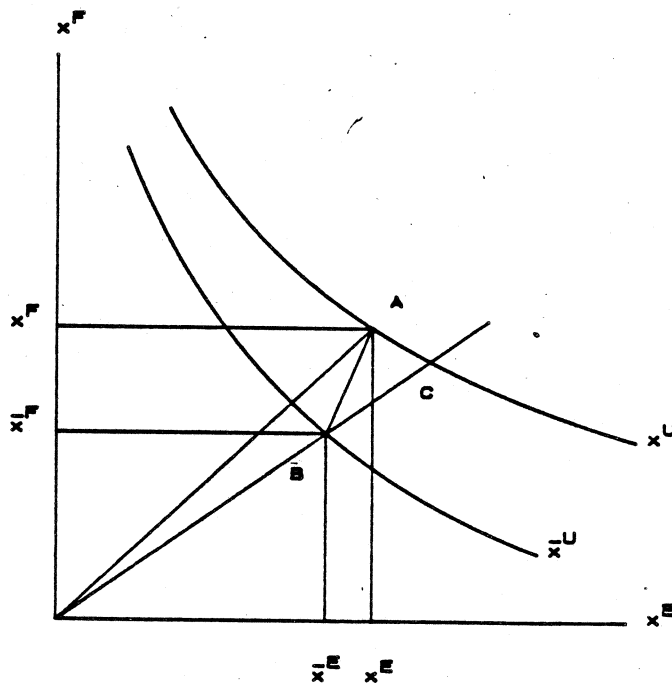
Vår totale modell består nå av (3.13) og (3.20).

I kapittel 4 om dataene framgår det at volumene er gitt som månedsdata, mens prisobservasjonene er gitt som årsdata. Ved simulering av den totale energiprisen kan dermed den statiske kostnadsfunksjonen nyttes.

3.2.3 Skjevhet på grunn av temperatur

Et av hovedpoengene i *denne undersøkelsen* er, ved siden av en ren temperaturkorrigering av energiforbruket, å finne ut om utetemperaturen virker nøytralt på valg av energivare. Av ulike årsaker kan en tenke seg at etterspørselen ikke er nøytral med hensyn på energibærerne. For eksempel kan det være slik at en ved ekstremt høye temperaturer (varmt) på sommerstid kan få en økt bruk av airconditioninganlegg som hovedsakelig er knyttet til elektrisitet. Ved lave temperaturer på vinterstid kan det være begrenset hvor mye elektrisitetsspesifikt utstyr en har. En kan således starte opp oljeanlegg for å ta toppene. Dette bidrar til en relativ forskyvning mellom energibærerne som er temperaturavhengig. Om videre disse oljeanleggene er vanskelig å regulere effekten på, dvs en får sprangvis økning i varmemengden, kan en til og med få en nedgang i elektrisitetsforbruket ved oppstart av oljeanleggene.

Figur 3.2.1 Temperaturkorrigering av el. og oljeforbruket



Slike egenskaper ved produktfunksjonen kan for eksempel illustreres ved figur 2.1. Anta en initial tilpasning av energiforbruket ved normaltemperatur representert ved kurven \bar{x}^U . Anta videre at vi har tilpasset oss ved bruk av elektrisitet og olje representert ved punktet B. Vi øker nå utetemperaturen (det blir kaldere) og dermed energiforbruket slik at vi kommer opp i et nivå representert ved x^U . Om utetemperaturen virker nøytralt med hensyn på valg av energivare skulle isokvantene \bar{x}^U og x^U være parallelle og vi ville få en ny tilpasning i punktet C. Hvis derimot utetemperaturen virker ikke-nøytralt med hensyn på de to energibærerne vil isokvantene *vrir* seg utover i faktordiagrammet. Tilpasningspunktet vil da bli i A, dvs forholdet mellom forbruk av olje og elektrisitet vil endre seg. I dette tilfellet vil faktorforholdet øke. Dette tilsvarer en situasjon hvor en møter en kapasitetsgrense på det elektriske utstyret ved sterk kulde og hvor toppbelastningen for en stor del må tas med olje.

I den relative faktoretterspørselsligningen med tregheter i tilpasningen, ligning (3.20), kan dette representeres ved et ikkenøytralt ledd med hensyn på temperaturen ³

$$\ln\left(\frac{E}{F}\right)_t = \kappa - \alpha \ln\left(\frac{P_E}{P_F}\right)_t + \gamma \ln\left(\frac{E}{F}\right)_{t-1} + \phi T_2 + \epsilon_t. \quad (3.21)$$

Vår totale modell er nå utvidet til (3.13) og (3.21).

For å kunne simulere den estimerte komplette modellen og finne temperaturkorrigerede tall for elektrisitet og olje i dette tilfellet må vi først finne den ekvivalente kostnadsfunksjonen til (3.21). Poenget er altså å finne en kostnadsfunksjon som (3.15), men hvor også temperaturkorreksjonen inngår i aggregatet ⁴. Enhetskostnadsfunksjonen blir nå , se Frenger (1985)

$$C_U(P_E, P_F, T) = \left[\delta \left(\frac{P_F}{\varphi_F(T)} \right)^{1-\sigma} + (1-\delta) \left(\frac{P_E}{\varphi_E(T)} \right)^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}, \quad (3.22)$$

der $\varphi_i(T)$ for $i = E, F$ representerer skjevhet for temperauravhengigheten m.h.p. elektrisitet og olje h.h.v. Det tilsvarende forhold mellom de avledede innsatsfaktorene på logaritmisk form er da

$$\ln\left(\frac{E}{F}\right) = \kappa - \sigma \ln\left(\frac{P_E}{P_F}\right) + (\sigma - 1) \ln\left(\frac{\varphi_E(T)}{\varphi_F(T)}\right). \quad (3.23)$$

Anta at

$$\varphi(T) = T^{1 - \frac{\sigma-1}{1-\sigma}} \quad (3.24)$$

for $i=E, F$. Dette settes inn i (3.23) og vi får

$$\ln\left(\frac{E}{F}\right) = \kappa - \sigma \ln\left(\frac{P_E}{P_F}\right) + (\alpha_E - \alpha_F) \ln T \quad (3.25)$$

og sammenlignet med 3.21 får vi

$$\alpha_E - \alpha_F = \phi. \quad (3.26)$$

³I produktfunksjonen er dette helt parallellt med en situasjon der vi har ikkenøytralitet med hensyn på skalaen eller ikke-nøytral teknisk endring, se Bye og Frenger (1987), Bye (1987) og Frenger (1985).

⁴Egentlig skulle en finne primalen, men det er tilstrekkelig å finne dualen når totale energikostnader er kjent.

Ved estimering av (3.25) får vi ikke identifisert hver av parameterne α_E og α_F , men bare differansen. Som et forsøk på å identifisere parameterne kan vi ta utgangspunkt i hypotesene om beskrankning i det elektriske utstyret på vinterstid og bruk av airconditioning på sommerstid. Hvis vi antar at en ved lave temperaturer vil møte en skranke på el.utstyret over lengre eller kortere perioder, vil en måtte øke forbruket av olje relativt sterkere enn el.forbruket. En kan da anta at oljeforbruket er positivt biased, mens el.forbruket er "nøytralt" (ved effektive skranke egentlig negativt biased). Ved "nøytralitet" kan en sette $\alpha_E = 0$, dvs.

$$\alpha_F = -\phi \quad (3.27)$$

på vinterstid. Motsatt kan en på sommertid tenke seg at airconditionanlegg medfører at el.forbruket er negativt biased mens oljeforbruket er "nøytralt", dvs. $\alpha_F = 0$, og da er

$$\alpha_E = \phi. \quad (3.28)$$

4 Data

Vi ønsker primært å temperaturkorrigere det energiforbruket som går til oppvarming i Norge. I utgangspunktet ønsket vi å benytte de dataene som forelå fra den forrige temperaturkorrigeringsmodellen på månedsbasis fra januar 1973 til og med desember 1986. Enkelte problemer oppstår med å skaffe månedsobservasjoner for de tilleggsvariable som inngår i vår utvidede modell.

I utgangspunktet var det ønskelig med en formålsoppdeling av elektrisitet- og oljeforbruket. Det vil si en oppdeling hvor elektrisitet og olje til oppvarming var skilt ut. Det har imidlertid ikke vært mulig å få til med de eksisterende data.

4.1 Salg av oljeprodukter og forbruk av elektrisitet

I datagrunnlaget for kortidsanalysemodellen ANNA (se Ljones A. (1984)) inngår det bl a. data for forbruk av elektrisitet og salg av oljeprodukter på månedsbasis. Opplysningene omfatter de sektorer det er naturlig å temperaturkorrigere, dvs. forbruket i husholdninger og tjenesteyting. Det er ikke mulig å splitte månedsdataene på de to sektorene. Husholdningssektoren er den *klart dominerende* sektor av disse to både hva angår totalt energiforbruk og vekst i dette. Vi har derfor *forenklet* antatt at en med rimelighet kan nytte samme teori på begge sektorene også ved bestemmelse av det totale energiforbruket, selv om den ene er produksjonssektor.

Det eksisterer kun *salgstall* for oljeprodukter på månedsbasis. Vårt datagrunnlag omfatter salg av mellomdestillater, lettere fyringsoljer og parafin. Innkjøp av olje ujevnt fordelt over året i lagertanker kan skape støy i estimeringene. Mye av innkjøpene gjelder imidlertid store tjenesteytende bygg og husholdninger (blokkleiligheter i borettslag etc.) som i forhold til forbruket har begrenset lagerkapasitet, dvs de fyller tankene jevnt i fyringsperioden. Elektrisitetstallene er også salgstall men der unngår en lagerproblemene ved overgang til forbruk.

4.2 Priser på elektrisitet og olje

Prisene på elektrisitet og olje er hentet fra Byråets energidatabase, Bye, B (1986), og er et veid gjennomsnitt over prisene i privat og offentlig tjenesteyting og i husholdningssektoren (løpende priser). Dataseriene ligger som årsserier i databasen. For å omforme dataene til månedsserier er filene ekspandert slik at de samme prisene gjelder for alle måneder i et år. Forenklet har en altså antatt at de samme prisene gjelder fra måned til måned innenfor ett og samme år.

Konsumenten betaler sin elektrisitetsregning i form av et stipulert beløp. Oppgjørsregning betales én gang i året. Det vil si at konsumenten neppe identifiserer månedsobservasjoner i elektrisitetsprisen. Det kan være rimelig å anta at identifikasjonen er på årsbasis i forbindelse med de årlige reguleringene av prisene.

Olje kjøpes i mange tilfeller inn i store lagertanker, en, to eller flere ganger i året. For olje er det noe hyppigere regulering av, og informasjon om oljeprisene. Ved betraktning av *relativ* pris mellom olje og elektrisitet kan det også være rimelig å nytte årsidentifikasjon for oljeprisene. I allefall er det vanskelig å etablere en god observator for det relative prisforhold mellom olje og elektrisitet på kortere basis enn år, og som en med rimelighet kan påstå at konsumenten raskt tilpasser seg.

4.3 Priser på energi og andre varer og tjenester

Prisen på energi følger av estimeringene av modellen for forklaring av de relative volumendringene mellom elektrisitet og olje og den implisitte enhetskostnadsfunksjonen. På samme måte som prisen for elektrisitet og olje fås dermed priser på energi på årsbasis. Som indikator på prisen på andre varer og tjenester er nyttet prisindeks for privat konsum. Private konsumenter er som tidligere nevnt den klart dominerende forbruker av energi til oppvarming både i volum og m.h.t vekst i forbruket. Det er ikke korrigeret for at prisen på energi inngår som en andel i denne prisindeksen. Prisindeksen for privat konsum er også nyttet som årsdata.

4.4 Temperaturdata

Temperaturtallene er hentet fra datagrunnlaget til korttidsanalysemodellen ANNA, Ljones A. (1984). I modellen legges det inn månedsmiddeltemperaturer for fire værstasjoner. På grunnlag av disse tallene beregnes et veid graddøgnstall for hele landet etter følgende formel, Ljones og Sæbø (1983)

$$GD = (17 - ((0.55O) + (0.19B) + (0.20TR) + (0.06TO)))N$$

der O, B, TR og TO er månedstemperaturene ute i grader celsius i Oslo, Bergen, Trondheim og Tromsø, og N er antall dager i måneden. Vektene er antall bosatte i de fire landsdelene, mens tallet 17 representerer gjennomsnittlig *innetemperatur* i en bolig. Som mål på temperatur i *vår modell* har vi brukt månedens gjennomsnittlige graddøgnstall (graddøgnstall dividert på 30).

4.5 Data for privat konsum

Dataene for privat konsum er hentet fra kvartalsvis nasjonalregnskap. For å gjøre dataene om til månedsdata har vi brukt Newtons metode for interpolasjon ved hjelp av stigningsko-

effisienter. Dataene finnes i både løpende priser og faste 1986-priser. I modellen er det brukt konsum i løpende priser.

5 Estimeringer

Vi har estimert ligning 3.13, 3.17, 3.20 og 3.23. Av resultatene, tabell 5.1 ser vi at ligningen for total energi gir en god forklaringskraft med R^2 på 0.97. Durbin Watson observatoren er noe lav, men antyder egentlig ikke noe sterkt innslag av autokorrelasjon. Alle de estimerte koeffisientene er klart signifikante unntatt koeffisienten for vårmånedseffekten. Fortegnene er også som en burde forvente. Temperaturvariabelen er klart signifikant.

Estimeringer av ligningene for fordelingen av energibruken på elektrisitet og olje viser at en enkel CES-avledet funksjon (3.17) kommer svært dårlig ut med en R^2 bare på 0.27. Durbin Watson-observatoren antyder her imidlertid autokorrelasjon i restleddene. Modellen med treghet (3.20), som er avledet av hypotesen om autokorrelasjon, kommer vesentlig bedre ut med en R^2 på 0.75, som må sies å være relativt bra sammenlignet med andre tilsvarende analyser, se for eksempel Bye, T. (1984).

Tabell 5.1 Estimeringer av de ulike relasjonene

ligning	3.17	3.20	3.21	3.13
κ	1.561 (0.041)	0.318 (0.073)	0.575 (0.104)	
σ	0.882 (0.112)			
α		-0.187 (0.076)	0.276 (0.078)	
γ		0.798 (0.045)	0.702 (0.052)	
ϕ			-0.010 (0.003)	
β_u				1.441 (0.107)
τ_{U1}				0.069 (0.001)
τ_{U2}				-0.001 (0.001)
α_U				0.038 (0.003)
α_{UM}				-1.351 (0.075)
R^2	0.274	0.754	0.770	0.968
DW	0.390	1.906	1.788	1.484
SSR	22.595	10.628	16.114	1.409

I modellen hvor en tester for skjevheter i fordelingen på elektrisitet og olje som følge av temperatursvingninger høynes forklaringskraften, målt ved R^2 , til 0.77. Ved en χ^2 - test er ikke dette en signifikant forbedring av modellen, selv om estimatet på ϕ er signifikant. I estimeringene ble fortegnet på ϕ negativt. Dette betyr i den tolkning vi tidligere har anlagt for denne modellen at temperaturleddet trekker i retning av at oljeprisen får en lavere vekt i energiprisen på vinterstid og at elektrisitetsprisen får en lavere vekt på sommerstid, jfr den totale kostnadsfunksjonen ligning 3.22.

6 Simuleringer

Den beste modellen er representert ved ligningene 3.13 og 3.20. En komplett simuleringmodell kan nå skrives som,

$$U_t = \beta_U^* + (\tau_{U1} + \tau_{U2} ENK) \ln T + \alpha_U \left(\frac{C_t}{P_{U,t}} \right) - \alpha_{UM} \left(\frac{P_{M,t}}{P_{U,t}} \right) + \mu_{U,t}, \quad (6.1)$$

$$P_{U,t} = \left[\delta (P_{F,t})^{(1-\sigma)} + (1-\delta) (P_{E,t})^{(1-\sigma)} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}. \quad (6.2)$$

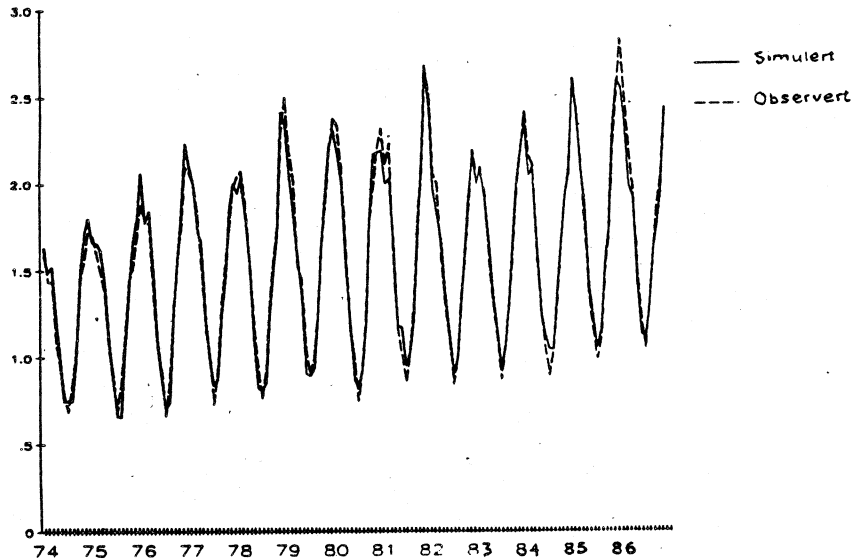
Etterspørselsfunksjonen for de to varene elektrisitet og olje som følger av 3.20 blir nå jfr Bye, Frenger og Cappelen (1987),

$$E_t = U_t (1-\delta) \left[(1-\delta) + \delta \left[\left(\frac{P_{E,t}}{P_{F,t}} \right)^{-(1-\gamma)} \left(\frac{(E/F)_{t-1}}{(1-\delta)/\delta} \right)^{\frac{\gamma}{\sigma}} \right]^{(1-\sigma)} \right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}, \quad (6.3)$$

$$F_t = U_t (\delta) \left[\delta + (1-\delta) \left[\left(\frac{P_{E,t}}{P_{F,t}} \right)^{(1-\gamma)} \left(\frac{(E/F)_{t-1}}{(1-\delta)/\delta} \right)^{-\frac{\gamma}{\sigma}} \right]^{(1-\sigma)} \right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}. \quad (6.4)$$

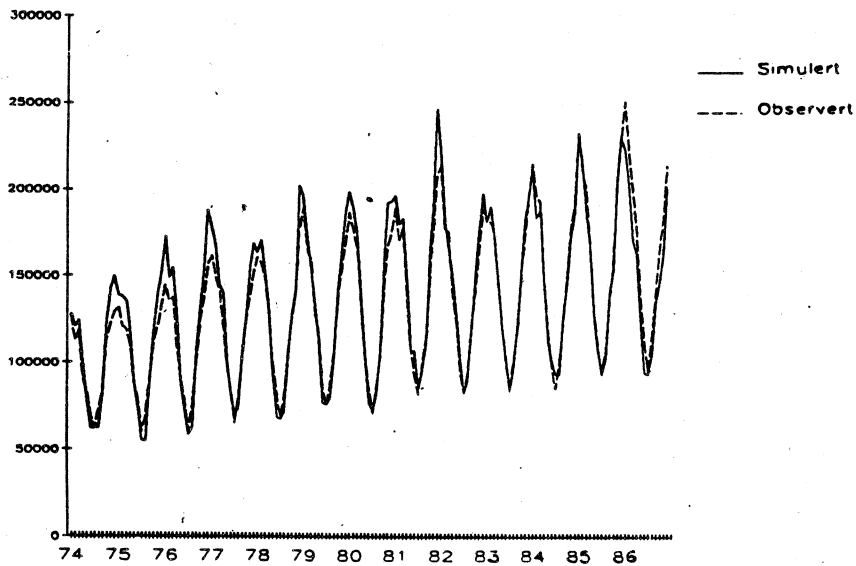
I figur 6.1 har vi simulert det totale energiforbruket på de historiske dataene og sammenlignet det med det observerte. Av figuren ser vi at modellen beskriver godt endringene i det totale forbruket over året, men at den har problemer med å ta de absolutte toppene i den kaldeste måneden og de absolutte bunnene i den varmeste måneden.

Figur 6.1 Observert og simulert totalt energiforbruk.
Januar 1974 til desember 1986.



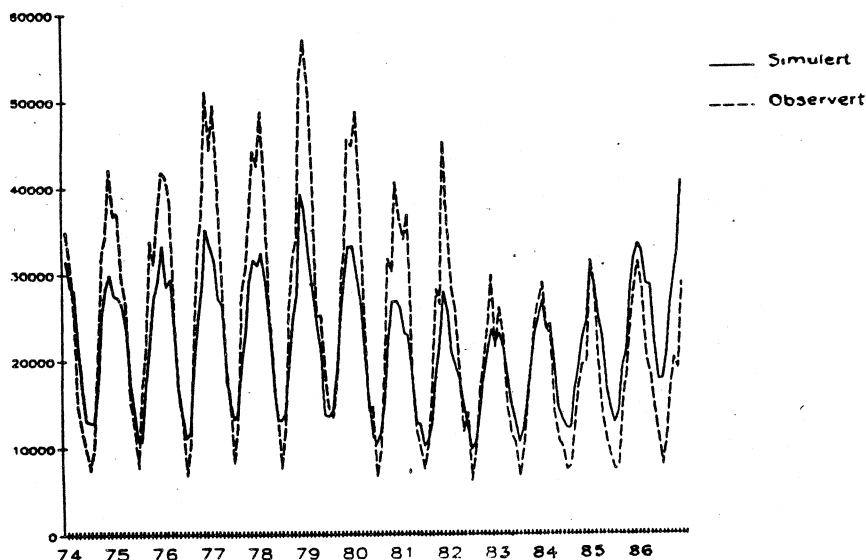
Av figur 6.2 ser vi at modellen også beskriver elektrisitetsforbruket rimelig godt. Også her har den noen problemer med den kaldeste og varmeste måneden, men dette blir bedre i den siste halvdel av observasjonsperioden. I den tidligere nyttede temperaturkorrigeringsmodellen var nettopp de siste årene problematiske. Dette henger sammen med at en i den tidligere modellen nyttet tidsvariabelen som drivkraft i energiforbruket, mens en i denne modellen nytter totalt privat konsum som drivkraft.

Figur 6.2 Observert og simulert elektrisitetsforbruk.
Januar 1974 til desember 1986.



Av figur 6.3 framgår det at vår modell har større problem med å beskrive utviklingen i oljeforbruket. Spesielt greier den ikke de kalde periodene i årene før 1982 særlig godt. På slutten av perioden er det de varme månedene som er problematiske. Dette henger nok sammen med de svært store endringene en har hatt i oljeprisene i estimeringsperioden. Trolig hadde det vært en fordel å ta med vedforbruket som forklaringsvariabel i modellen, jfr Bye, B. (1989). Dette er imidlertid ikke gjort i denne omgang.

Figur 6.3 Observert og simulert oljeforbruk.
Januar 1974 til desember 1986.



7 Sammenligning med tidligere temperaturkorrigeringer

Vi har benyttet vår modell til å beregne temperaturkorrigerede tall for elektrisitetsforbruket for årene 1974 til 1986. Disse er så sammenlignet i tabell 7.1 med de tidligere korrigeringer som er beregnet på model 2.1 for elektrisitet. Vi har beregnet både temperaturkorrigeringskoeffisienten og de temperaturkorrigerede tallene.

Av tabellen ser vi at vår modell korrigerer noe kraftigere enn den tidligere modellen. I kapittel 6 så vi at heller ikke vår model klarte de største toppene.

Begge modellene korrigerer i samme retning for alle år unntatt for 1982. I dette året korrigerer vår modell forbruket ned mens den tidligere modellen korrigerer det opp. Korrigeringen for dette året er imidlertid liten for begge modellene.

Av de absolutte tallene ser vi at i mange år er forskjellene i temperaturkorrigerede forbrukstall relativt liten, mens den for 1981 utgjør så mye som 2.1 TWh.

Tabell 7.1 Simuleringer på ny og gammel modell

år	korrigering ny modell	korrigering gammel modell	korrigerede tall ny modell, TWh	korrigerede tall gammel modell, TWh
1975	0.9564	0.9697	36.8	36.3
1976	1.0168			
1977	1.0180			
1978	1.0325			
1979	1.0534			
1980	1.0214	1.0200	45.0	45.1
1981	1.0427	1.0254	46.5	47.3
1982	0.9927	1.0081	50.3	49.5
1983	0.9730	0.9750	51.7	51.6
1984	0.9770	0.9880	54.3	53.7
1985	1.0525	1.0465	55.6	55.9
1986	1.0241	1.0174	57.1	57.5

Tabeller over data i modellen

Tabell A.1. El.forbruk pr. måned. 1973 - 1986. Gwh

ÅR	JAN	FEB	MARS	APRIL	MAI	JUNI	JULI	AUG	SEPT	OKT	NOV	DES
1973	3798.2	3481.8	3571.1	3064.1	2842.3	2220.6	1859.8	2247.4	2766.2	3558.5	3999.1	4275.6
1974	4226.9	3722.2	3934.3	3064.8	2742.2	2293.8	2045.1	2411.3	2742.6	3711.3	4026.5	4277.5
1975	4383.0	4019.5	3948.9	3653.7	2959.0	2615.2	1996.3	2279.8	2972.9	3637.8	3996.1	4409.8
1976	4801.1	4505.9	4566.2	3631.4	3018.4	2583.9	1996.8	2538.1	3348.3	4105.7	4547.9	5204.3
1977	5370.3	4931.6	4706.0	4040.9	3271.0	2770.2	2163.3	2673.9	3404.9	4094.6	4578.1	5061.4
1978	5350.1	5223.2	4932.4	4203.2	3318.3	2692.1	2282.0	2715.7	3519.8	4170.5	4630.5	5853.3
1979	6284.1	5451.2	5323.5	4231.0	3921.9	2837.4	2493.2	2968.4	3550.8	4507.0	5160.4	5662.3
1980	6213.1	5842.9	5473.3	4344.6	3411.7	2841.1	2354.0	2891.4	3466.5	4767.1	5535.8	5810.4
1981	6297.4	5661.1	5943.6	4538.7	3596.5	3087.8	2707.7	3221.9	3784.8	4899.7	5845.9	6946.8
1982	7101.3	5875.9	5840.9	4600.1	4101.5	3178.1	2732.8	3123.2	3999.6	4702.2	5401.2	6269.7
1983	6138.7	6029.4	5818.5	4837.5	4022.7	3386.8	2783.0	3361.5	3920.8	4971.4	5758.9	6489.5
1984	7146.3	6524.4	6408.2	4985.1	3897.7	3204.8	2823.6	3366.8	4158.4	5053.5	5906.8	6375.3
1985	7729.7	7044.5	6632.0	5547.3	4256.3	3593.5	3147.7	3578.0	4518.1	5210.9	6678.9	7593.8
1986	8339.7	7424.5	6673.8	5923.6	4557.2	3735.6	3191.7	3892.7	4744.2	5550.9	6101.1	7111.2

Tabell A.2 Oljeforbruk pr. måned. 1973 - 1986. 1000 tonn

ÅR	JAN	FEB	MARS	APRIL	MAI	JUNI	JULI	AUG	SEPT	OKT	NOV	DES
1973	251.7	229.1	197.6	146.9	130.7	72.7	45.9	85.1	145.7	234.1	302.9	214.3
1974	198.7	177.7	142.3	83.9	68.2	54.9	42.0	56.1	116.9	183.9	195.4	239.6
1975	209.2	212.0	165.8	149.7	87.3	68.8	43.6	90.7	125.6	192.6	177.7	208.4
1976	238.3	235.0	219.0	138.7	95.4	75.4	38.6	59.4	131.8	187.8	211.3	291.4
1977	252.7	282.4	225.1	160.9	101.5	91.9	46.9	71.2	157.1	173.5	205.4	252.0
1978	242.5	278.2	223.1	145.7	102.3	76.1	43.5	72.7	148.3	181.6	195.3	298.8
1979	325.6	297.3	234.5	143.6	143.5	106.4	82.8	76.4	97.2	167.6	185.8	259.8
1980	254.9	278.0	218.0	146.8	81.0	84.2	36.9	56.0	102.9	181.3	172.5	231.0
1981	207.1	193.4	210.6	103.9	67.1	56.7	42.6	58.9	91.1	161.1	150.3	258.9
1982	208.3	161.8	144.9	107.6	66.7	79.4	34.4	55.6	92.4	112.9	135.3	169.7
1983	122.2	148.2	129.6	84.1	64.6	59.8	37.2	54.6	78.5	107.8	139.8	152.2
1984	165.0	135.4	129.3	80.3	61.4	56.5	41.5	44.6	70.4	94.7	110.9	111.3
1985	179.3	163.8	110.4	78.7	60.8	50.5	41.7	43.5	84.4	103.4	137.0	160.6
1986	178.8	160.2	115.3	104.1	83.1	64.4	44.5	62.9	95.7	115.0	108.0	164.7

Tabell A.3 Priser på olje (øre/kg) og elektrisitet (øre/kWh). 1973 - 1986

	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
Olje	42.5	70.3	71.8	83.3	89.8	93.4	112.0	169.3	224.1	245.3	257.9	266.5	267.1	175.4
El.	7.5	7.9	9.1	10.0	11.0	12.6	14.0	15.6	17.8	20.5	23.5	26.1	27.8	30.1

Tabell A.4 Privat konsum pr. måned. Løpende priser. 1973 - 1986. Milliarder kroner

ÅR	JAN	FEB	MARS	APRIL	MAI	JUNI	JULI	AUG	SEPT	OKT	NOV	DES
1973	4.2	4.3	4.4	4.7	4.7	4.7	4.7	4.9	5.2	5.5	5.6	5.4
1974	4.9	4.7	4.8	5.2	5.4	5.5	5.5	5.5	5.8	6.2	6.4	6.2
1975	5.7	5.5	5.7	6.1	6.4	6.4	6.4	6.5	6.8	7.3	7.5	7.3
1976	6.7	6.5	6.6	7.0	7.2	7.3	7.2	7.4	7.8	8.5	8.8	8.5
1977	7.9	7.5	7.7	8.2	8.6	8.6	8.5	8.6	9.1	9.7	10.0	9.5
1978	8.7	8.2	8.3	8.8	9.1	9.1	9.0	9.1	9.6	10.3	10.5	10.1
1979	9.3	8.9	9.0	9.6	9.9	9.9	9.6	9.6	10.2	11.2	11.6	11.4
1980	10.6	10.1	10.1	10.4	10.6	10.7	10.6	11.0	11.8	12.9	13.4	12.9
1981	11.9	11.3	11.4	12.0	12.4	12.4	12.5	12.6	13.6	14.9	15.4	14.9
1982	13.7	13.0	13.0	13.7	14.2	14.4	14.3	14.6	15.3	16.2	16.6	16.3
1983	15.4	14.8	14.7	15.1	15.4	15.6	15.7	16.1	16.8	17.7	18.0	17.6
1984	16.6	16.0	16.1	16.6	17.0	17.1	17.0	17.3	18.2	19.4	20.0	19.8
1985	18.9	18.5	18.6	19.2	19.6	19.8	19.8	20.3	21.5	23.1	23.8	23.1
1986	21.6	20.9	21.3	22.5	23.3	23.3	22.9	22.9	23.6	25.0	26.0	26.5

Tabell A.5 Prisindeks for privat konsum. 1973 - 1986

ÅR	JAN	FEB	MARS	APRIL	MAI	JUNI	JULI	AUG	SEPT	OKT	NOV	DES
1973	0.31	0.32	0.32	0.33	0.33	0.33	0.33	0.34	0.34	0.34	0.35	0.34
1974	0.34	0.35	0.35	0.35	0.36	0.36	0.37	0.37	0.37	0.37	0.38	0.38
1975	0.39	0.39	0.40	0.40	0.40	0.41	0.41	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42
1976	0.42	0.43	0.43	0.43	0.44	0.44	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.46
1977	0.46	0.47	0.47	0.48	0.48	0.48	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49
1978	0.50	0.51	0.51	0.51	0.52	0.52	0.53	0.53	0.53	0.54	0.54	0.54
1979	0.53	0.54	0.54	0.54	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.56	0.56	0.56
1980	0.57	0.57	0.58	0.59	0.60	0.60	0.61	0.61	0.62	0.62	0.63	0.64
1981	0.65	0.66	0.67	0.67	0.68	0.68	0.69	0.70	0.70	0.70	0.71	0.71
1982	0.72	0.73	0.74	0.75	0.75	0.76	0.76	0.77	0.78	0.78	0.79	0.80
1983	0.80	0.81	0.81	0.82	0.82	0.82	0.83	0.83	0.83	0.84	0.84	0.85
1984	0.86	0.86	0.87	0.87	0.87	0.88	0.88	0.88	0.89	0.89	0.90	0.90
1985	0.91	0.92	0.92	0.92	0.93	0.93	0.93	0.93	0.94	0.94	0.95	0.95
1986	0.96	0.97	0.97	0.98	0.98	0.99	1.00	1.01	1.02	1.03	1.03	1.03

Tabell A.6 Gjennomsnittlig observert graddøgnstall pr. måned. 1973 - 1986

ÅR	JAN	FEB	MARS	APRIL	MAI	JUNI	JULI	AUG	SEPT	OKT	NOV	DES
1973	16.2	16.3	14.1	13.6	7.8	3.0	0.9	3.6	7.4	13.6	17.4	19.2
1974	16.1	15.1	15.4	10.4	6.4	2.9	3.0	2.8	5.7	12.5	15.3	16.9
1975	16.7	17.0	16.3	12.9	7.4	4.4	1.2	0.9	6.0	10.4	14.0	16.4
1976	21.3	17.6	18.6	12.9	6.3	3.1	0.9	1.4	8.4	11.6	15.3	21.4
1977	21.5	20.3	16.1	14.7	7.5	3.9	2.1	2.5	7.5	9.8	14.9	17.8
1978	19.2	21.0	17.9	13.3	6.7	2.2	2.3	2.9	7.9	11.0	13.4	24.2
1979	24.2	20.3	17.1	12.8	9.1	2.7	2.8	3.5	7.1	12.3	16.1	20.0
1980	22.7	21.1	18.6	11.7	6.6	1.7	0.9	2.2	5.5	12.8	18.0	18.6
1981	20.8	18.4	18.9	13.1	5.6	5.4	2.3	3.1	5.0	11.8	15.9	25.4
1982	23.6	17.5	15.1	12.3	8.0	4.2	0.9	1.9	5.9	10.4	14.0	17.9
1983	16.5	18.3	15.9	11.7	6.8	4.1	0.9	2.5	5.8	10.5	15.3	17.8
1984	21.5	17.4	18.2	11.4	5.3	3.5	2.4	2.2	7.1	9.5	13.3	15.9
1985	24.2	22.2	17.2	14.0	6.7	3.7	1.5	2.7	8.2	9.5	17.7	22.1
1986	23.7	21.3	15.9	14.1	6.6	2.1	2.2	4.3	8.9	10.5	12.6	19.0

Referanser

- Ljones Arne (1984) : *ANNA - EDB-program for energistatistikk og energianalyser*. Interne Notater 84/19, Statistisk Sentralbyrå Oslo 1984.
- Bye Brita (1986): *Energidatabase på MSG-sektornivå i TROLL*. Interne Notater 86/34, Statistisk Sentralbyrå , Oslo 1986.
- Bye Brita (1989): *Husholdningenes bruk av energi* . Under publisering som Interne Notater, Statistisk Sentralbyrå , Oslo 1989.
- Bye Torstein (1984): *Energisubstitusjon i næringssektorene i en makromodell*. Rapporter 84/2, Statistisk Sentralbyrå Oslo 1984.
- Bye Torstein (1987): "Non-Symmetric Responses in Energy Demand" Papers and Proceedings of the Eighth Annual North American Conference. Edited by D. O. Wood. IAEA, May 1987.
- Bye Torstein og Petter Frenger (1987): "Oppdateringsrutiner i MSG-4". Interne Notater 87/4, Statistisk Sentralbyrå , Oslo 1987.
- Bye Torstein og Petter Frenger (1988): "Factor substitution, Non-Homothetically and Technical Change in the Norwegian production Sectors".
- Bye Torstein, Petter Frenger og Ådne Cappelen (1987): "Energy Substitution in EMOD-MODAG" . Upublisert notat, Statistisk Sentralbyrå , Oslo, 1987
- Frenger (1985): *A short run Generalized Leontief Cost Function*. Upublisert notat, Statistisk Sentralbyrå , Oslo, 1985
- Ljones Arne (1984): *ANNA - EDB-program for energistatistikk og energianalyser*. Interne Notater 84/19, Statistisk Sentralbyrå , Oslo 1984.
- Ljones Arne og Hans V. Sæbø(1983): *Temperaturkorrigering av energiforbruket*. Interne Notater 83/7, Statistisk Sentralbyrå , Oslo 1983.
- Roy R. (1942) : *De l'utilite, contribution a la theorie des choix* . Hermann, Paris, 1942
- Pollak and Wales (1978): *Estimation of Complete Demand Systems from Household Budget Data: The linear and Quadratic Expenditure Systems*. American Economic Review, June 1978, Vol. 68, no 3, pp 348-359
- Bjerkholt O. and S. Longva (1980): *MODIS IV. A Model for Economic Analysis and National Planning*. Samfunnsøkonomiske Studier nr. 43, Statistisk Sentralbyrå 1980
- NVE's kortidsstatistikk
- NOS Petroleumsstatistikken
- NOS Elektrisitetsstatistikk
- NOS Industristatistikk