Interne notater

STATISTISK SENTRALBYRÅ

87/4

6. februar 1987

OPPDATERINGSRUTINER
I MSG-4

AV

TORSTEIN BYE OG PETTER FRENGER

Side

INNHOLD

I. INNLEDNING

Dette interne notat betår av flere notater som beskriver ulike rutiner som utnyttes i forbindelse med oppdateringen av MSG.4 til nytt basisår. Ved den siste reestimeringen av produksjonsstrukturen i modellen ble 1981 valgt som basisår, d.v.s alle priser på innsatsfaktor ble normert til én i dette året. Ved valg av nytt basisår i modellen er ikke de relative priser mellom innsatsfaktorene lik én målt i 1981 prissettet. Alle estimerte koeffisienter må dermed renormeres til det nye basisårets prissett. Det første notatet beskriver hvordan renormeringen for produksjonssektorene i MSG-4 kan utføres. Et program som gjør dette er utviklet på TROLL og er vedlagt. Dette programmet inngår nå i oppdateringsrutinen for MSG-4.

MSG-4 er en likevektsmodell, og det forutsettes implisitt at modellens basisår er et år som i rimelig grad kan sies å være i likevekt. Ved valg av modellbasisår lik 1980 innså en etter hvert at dette var et dårlig valg m.h.p. likevekt j tilpasningen mellom bruk av elektrisistet og bruk av olje. I perioden 1979-1980 (OPEC II) steg oljeprisene kraftig og konsumentene og produsentene hadde ikke rukket fullt ut å tilpasse seg den nye prissituasjonen i 1980. Med utgangspunkt i estimerte lagfunksjoner viser vi i det andre notatet hvordan en kan korrigere modellen på dette punkt for ulikevekt i basisåret. Det er også her utviklet et program på TROLL som kan beregne korreksjonskoeffisienter. Modellens temperaturkorreksjonskoeffisienter utnyttes til dette formålet. Dette programmet inngår ikke i oppdateringsrutinen, men det er overlatt til brukeren av modellen å benytte det hvis han mener at basisårets data inneholder et betydelig innslag av ulikevekt i konsumentenes/produsentenes pristilpasning.

Priselastisitetene i produksjonsblokken slik de er definert, er avhengig av de relative prisene som gjelder på ethvert tidspunkt. Ved oppdatering av MSG-4 til nytt basisår er det stadige forespørsler om hvilke priselastisiteter som ligger inne for modellens basisår. For å rasjonalisere besvarelsen av disse henvendelsene noe er det laget et notat som beskriver kostnadsfunksjonene i produksjonssektorene i modellen og utledningen av priselastisitetene. På nedre trinn i modellen er det definert både brutto og netto priselastisiteter. Et program i TROLL beregner elastisitetene med utgangspunkt i modellgrunnlaget.

I MSG er produksjonsstrukturen beskrevet ved Generalized Leontief (GL) kostnadsfunksjoner. I vedlegget gjengir vi et notat som beskriver hvordan man kan bestemme parametrene i den GL-funksjonen som for et gitt sett av priser og inputkoeffisienter har en ønsket matrise av skyggesubstitusjonselastisiteter. Fremgangsmåten kan være nyttig i diverse sammenhenger, og representerer en annen måte å oppdatere koeffisienter på. Trolig er oppdateringsmetoden i avsnitt II et spesialtilfelle av rekonstruksjonsmetoden som er beskrevet i dette vedlegget. Notatet var opprinnelig skrevet på engelsk og er ikke blitt oversatt.

I vedlegget har vi også tatt med to notater som er skrevet av Jon Rinde og som kan være nyttige for brukeren av modellen. Et notat omhandler beregning av brukerpris på bil og det andre omhandler behandlingen av sektoren elektrisitetsproduksjon i MSG.

II. OPPDATERING AV G.L. KOEFFISIENTENE

INNLEDNING

I MSG modellen er produksjonsstrukturen beskrevet ved "Generalized Leontief" (G.L.) kostnadsfunksjoner. Dette notatet presenterer et opplegg for å oppdatere G.L. koeffisientene fra et basisår til et annet. Det første avsnittet viser hvordan koeffisientene i G.L. funksjonen avhenger av det valgte basisåret. Det neste avsnittet utleder så en oppdateringsformel for G.L.-koeffisientene fra et basisår til et annet. Avsnitt 3 drøfter så hvorledes dette opplegget kan implementeres i MSG.

Foreløpig oppdateres det til nytt basisår på grunnlag av et foreløpig nasjonalregnskap fra databanken AARDAT. Det vil være fornuftig å vurdere om ikke korreksjonsparametrene η bør trekkes inn i koeffisient-oppdateringsrutinen. I vedlegget blir det vist at den eksisterende bruk av η parametrene medfører at faktoretterspørselsfunksjonene ikke blir integrerbare (se vedlegg I.A).

1. G.L. KOEFFISIENTENE OG NORMERING AV PRISINDEKSENE

La $p_i(t)$ og $x_i(t)$ være henholdsvis pris og mengde på input av vare i i periode t, og la q(t) og y(t) være prisen og mengden av sektorens output. Ved å normere prisene til 1 i periode t_1 så definerer vi implisitt prisindeksene og volumindeksene for år t med år t_1 som basisår ved

$$p_i(t|t_1) = \frac{p_i(t)}{p_i(t_1)}, \qquad i=1,\ldots,n, \qquad (1.1)$$

$$x_i(t|t_1) = \frac{p_i(t)\ x_i(t)}{p_i(t|t_1)} = x_i(t)\ p_i(t_1), \qquad i=1,\ldots,n. \qquad (1.2)$$

Indeksen $x_i(t|t_1)$ er definert slik at verdien av varestrømmen forblir uendret. Indeksene $q(t|t_1)$ og $y(t|t_1)$ kan defineres på tilsvarende måte. Siden det er kostnadsfunksjoner (med gitt output) vi her analyserer, så inngår outputprisen q(t) hovedsakelig som et mål for renormeringen av outputmålet, dvs. $q(t_1) = y(t|t_1)\ /\ y(t)$.

La oss anta at vi har estimert et sett G.L. faktoretterspørselsfunksjoner ved hjelp av unormerte priser

$$x_i(t) = y(t) \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \left[\frac{p_j(t)}{p_i(t)}\right]^{1/2} , \qquad i=1,\ldots,n. \tag{1.3}$$

Hvis vi nå renormerer prisene og mengdene med t_1 som basisår, får vi at venstresiden i (1.3) kan skrives

$$x_i(t) = \frac{x_i(t|t_1)}{p_i(t_1)} , \tag{1.4}$$

og høyresiden kan skrives

$$y(t) \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \left[\frac{p_j(t)}{p_i(t)}\right]^{1/2} = \frac{y(t|t_1)}{q(t_1)} \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \left[\frac{p_j(t|t_1)\ p_j(t_1)}{p_i(t|t_1)\ p_i(t_1)}\right]^{1/2} . \tag{1.5}$$

Setter vi så (1.4) og (1.5) inn i (1.3), får vi at

$$x_i(t|t_1) = y(t|t_1) \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(t_1) \left[\frac{p_j(t|t_1)}{p_i(t|t_1)}\right]^{1/2} , \tag{1.6}$$

der

$$b_{ij}(t_1) = \frac{[p_i(t_1)\ p_j(t_1)]^{1/2}}{q(t_1)} b_{ij} , \qquad i,j = 1,\ldots,n, \tag{1.7}$$

er G.L. koeffisientene i år t_1 priser. Det følger av denne utledningen at det er koeffisientene $b_{ij}(t_1)$, $i,j = 1,\ldots,n$, som blir estimert hvis datamaterialet har år t_1 som basisår. Det fremgår av (1.7) at en slik oppdateringsrutine er homogen av grad null i prisene; kun en endring i forholdet mellom prisene vil endre G.L. koeffisientene.

"Enhetskostnadene" i periode t uttrykt som en funksjon av priser med t_1 som basisår, kan således skrives

$$c(p(t)) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \left[p_i(t_1)\ p_j(t_1)\right]^{1/2} \left[p_i(t|t_1)\ p_j(t|t_1)\right]^{1/2}$$

$$= q(t_1) \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(t_1) \left[p_i(t|t_1)\ p_j(t|t_1)\right]^{1/2} . \tag{1.8}$$

Det bør bemerkes at output prisindeksen inngår i dette uttrykket kun som et mål for endringer i output volumet der $q(t_1) = y(t|t_1) / y(t)$ = konstant (uavhengig av t, men naturligvis ikke av basisåret t_1). Enhetskostnadene før og etter normeringen refererer seg til to forskjellige output mengder: uttrykket (1.8) gir enhetskostnadene før normering, mens $c(p(t))/q(t_1)$ vil gi de normerte enhetskostnadene.

Identifiserer vi output prisen $q(t)$ med enhetskostnadene $c(p(t))$, dvs. $c(p(t)) = q(t) = q(t|t_1)\, q(t_1)$, kan (1.8) skrives

$$q(t|t_1) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(t_1)\, [p_i(t|t_1)\, p_j(t|t_1)]^{1/2} . \tag{1.9}$$

I basisåret, med $q(t_1|t_1) = 1$ og $p_i(t_1|t_1) = 1$ for $i = 1,\ldots,n$, får vi således at

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(t_1) = 1 , \tag{1.10}$$

mens $y(t_1|t_1) = y(t)\, q(t)$, dvs. at output mengden i år t_1's priser er lik output verdien. Denne indentitet vil bli tilfredsstilt av de oppdaterte koeffisientene, selv om de estimerte ikke gjorde det. Dette betyr at observasjonen for det nye basisåret målt i det nye basisårets priser blir liggende på "the unit factor price frontier", der enhetskostnadene er én.

Vi vil avslutte avsnittet med å se litt nærmere på hvordan opplegget ovenfor må endres hvis kostnadsfunksjonen ikke er lineær i output. Anta i stedet at kostnadsfunksjonen kan skrives på den mer generelle formen

$$c(y,p) = h(y(t),t) \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}\, [p_i(t)\, p_j(t)]^{1/2} , \tag{1.11}$$

der $h(y(t),t)$ representerer effekten av homotetisitet og teknologisk endring. I MSG er[1]

$$h(y(t),t) = y(t)^{\frac{1}{\mu}}\, e^{-\frac{\varepsilon}{\mu}t} . \tag{1.12}$$

Renormeres input priser og output slik at

$$q(t_1) = \frac{y(t|t_1)}{y(t)} ,$$

så får vi at

$$h(y(t),t) = y(t|t_1)^{\frac{1}{\mu}} e^{-\frac{\varepsilon}{\mu}(t-t_1)} q(t_1)^{-\frac{1}{\mu}} e^{-\frac{\varepsilon}{\mu}t_1}$$

$$= \frac{h(y(t|t_1),t-t_1)}{q(t_1)^{\frac{1}{\mu}} e^{\frac{\varepsilon}{\mu}t_1}} = \frac{h(y(t|t_1),t-t_1)}{h(q(t_1),-t_1)} . \tag{1.13}$$

Kombinerer vi dette med resultatene ovenfor så kan kostnadsfunksjonen skrives

$$C(y(t|t_1),p(t|t_1)) = h(y(t|t_1),t-t_1) \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_{ij}(t_1) \left[p_i(t|t_1)\, p_j(t|t_1)\right]^{1/2} ,$$

der

$$\tilde{b}_{ij}(t_1) = \frac{\left[p_i(t_1)\, p_j(t_1)\right]^{1/2}}{q(t_1)^{\frac{1}{\mu}} e^{\frac{\varepsilon}{\mu}t_1}} b_{ij} . \tag{1.14}$$

Det bør nevnes at nevneren i uttrykket for $\tilde{b}_{ij}(t_1)$ ikke påvirker forholdet mellom inputene, men bare skifter den renomerte isokvanten.

2. OPPDATERING FRA ETT BASISÅR TIL ET ANNET

Det forrige avsnittet viste hvordan G.L. funksjonens parametre er avhengig av prisindeksenes normering. I dette avsnittet vil vi se hvordan vi kan bruke disse konklusjonene til å "oppdatere" koeffisientene fra ett basisår t_1 til et annet t_2.

Men først må vi se litt nærmere på hva vi mener med basisår. I det forrige avsnittet var basisåret prisindeksens basisår slik at $p_i(t_1|t_1) = 1$ for alle indeksene. Vi vil heretter snakke om modellens basisår og dette vil medføre at $p_i(t_1|t_1)$ ikke nødvendigvis er identisk lik én i basisåret. Identiteten vil holde for enkelte priser som er renormert til én, mens andre priser, slik som priser på arbeidskraft og kapital, er en funksjon av andre normerte priser og vil derfor normalt ikke være 1 i basisåret. Prisen på kapital er avhengig av prisen på nyinvesteringer, rate for kapitalavkastning og rate for kapitalslit. Prisen på arbeidskraft er satt lik lønnssatsen. Vi må således herefter tolke

$$p_i(t|t_1) , \qquad i=1,\ldots,n,$$

som et sett unormerte indekser, som ikke nødvendigvis er lik én i basisåret.

Videre vil selve vektene i indeksformlene endre seg fra ett basisår til et annet: prisen på materialinnsats er avhengig av kryssløpskoeffisientene for vareinnsatsen, og brukerpris på kapital avhenger av artsfordelingen på investeringsvarer og ratene for kapitalslit. Formelt kan input priser i MSG, som f.eks. de prisene som anvendes både i nedre og øvre trinn i faktoretterspørselsfunksjonene, skrives på følgende form

$$p_i(t|t_l) = A_i(t_l)\, r^i(t|t_l), \qquad l=1,2, \tag{2.1}$$

der $A_i(t_l)$ er en koeffisientmatrise som er avhengig av inputprisen i og av basisåret t_l, og $r^i(t|t_l)$ er en vektor av (basis)priser som inngår i bestemmelsen av den i'te inputprisen. Elementene i r^i vil stort sett være én i basisåret og radsummene til A_i er lik én for materialer og energiinnsats.

Problemet med dette opplegget er at det ikke lenger finnes noen pris på input i for hele perioden. Dette er fordi inputen ikke er den samme (har den samme sammensettningen) i de to basisårene. En kan bare definere en prisindeks ved å kjede prisene for de enkelte periodene. Således kan en definere indeksene

$$\tilde{p}_i(t|t_1) = \begin{cases} p_i(t|t_1), & t_2 \geq t > t_1, \\ p_i(t|t_2)\; p_i(t_2|t_1), & t > t_2. \end{cases} \tag{2.2}$$

Forholdet $p_i(t_2|t_1)$ er prisnivået i år 2 målt i forhold til nivået i år 1. Inndeksen $\tilde{p}_i(t|t_1)$ kan så identifiseres med prisen $p_i(t)$ i avsnittet foran. Mengdeindeksen $\tilde{x}_i(t|t_1)$ blir implisitt definert ved at verdiidentiteten må holde til enhver tid,

$$\tilde{p}_i(t|t_1)\; \tilde{x}_i(t|t_1) = p_i(t|t_2)\; x_i(t|t_2), \qquad t > t_2. \tag{2.3}$$

På outputsiden har vi heller ingen homogen vare. I tillegg er bruttoproduksjonen et veid gjennomsnitt av de enkelte output varene, med vekter som avhenger av basisåret. Ved hjelp av output for år t_2 målt i t_1 og t_2 priser så kan vi definere prisindeksen

$$q(t_2|t_1) = \frac{y(t_2|t_2)}{y(t_2|t_1)},$$

og således den kjedede volumindeksen

$$\tilde{y}(t|t_1) = \begin{cases} y(t|t_1), & t_2 \geq t > t_1, \\ \dfrac{y(t|t_2)}{q(t_2|t_1)}, & t > t_2. \end{cases} \tag{2.4}$$

La oss gå tilbake til faktoretterspørselsfunksjonene [se (1.3)] som med år t_1 som basisår kan skrives

$$\tilde{x}_i(t|t_1) = h(\tilde{y}(t|t_1),t-t_1) \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(t_1) \left[\frac{\tilde{p}_j(t|t_1)}{\tilde{p}_i(t|t_1)}\right]^{1/2}, \tag{2.5}$$

der $\tilde{x}_i$, $\tilde{y}$ og $\tilde{p}_i$ indikerer at vi anvender de kjedede indeksene (2.2) og (2.4). Ved endring av basisår kan h-funksjonen omskrives til

$$h(\tilde{y}(t|t_1),t-t_1) = \frac{y(t|t_2)^{\frac{1}{\mu}} e^{-\frac{\varepsilon}{\mu}(t-t_2)}}{q(t_2|t_1)^{\frac{1}{\mu}} e^{-\frac{\varepsilon}{\mu}(t_1-t_2)}}$$

$$= \frac{h(y(t|t_2),t-t_2)}{h(y(t_2|t_1),t_1-t_2)}. \tag{2.6}$$

Anvender vi (2.2), (2.3), (2.5) og (2.6), får vi at faktoretterspørselen er gitt ved $(t > t_2)$

$$x_i(t|t_2) = \tilde{x}_i(t|t_1)\, p_i(t_2|t_1)$$

$$= h(y(t|t_2),t-t_2) \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(t_2) \left[\frac{p_j(t|t_2)}{p_i(t|t_2)}\right]^{1/2}, \tag{2.7}$$

der

$$b_{ij}(t_2) = b_{ij}(t_1) \frac{[p_i(t_2|t_1)\, p_j(t_2|t_1)]^{1/2}}{q(t_2|t_1)^{\frac{1}{\mu}} e^{\frac{\varepsilon}{\mu}(t_2-t_1)}}. \tag{2.8}$$

I MSG brukes en korreksjonsparameter η for å få modellen til å gå gjennom basisåret og denne nøytraliserer effekten av $q(t_2|t_1)$ leddet i (2.8). Vi vil derfor i implementeringen erstatte denne nevneren med $q(t_2|t_1)$ definert fra kostnadssiden [se (1.9)]. Dette vil bl.a. medføre at G.L.- parametrene forblir homogene av grad null i prisene. Vi vil således bruke følgende formel ved oppdatering av G.L. koeffisientene

$$b_{ij}(t_2) = b_{ij}(t_1)[p_i(t_2|t_1)\ p_j(t_2|t_1)]^{1/2} \frac{\sum_i \sum_j b_{ij}(t_1)}{\sum_i \sum_j b_{ij}(t_1)\ [p_i(t_2|t_1)\ p_j(t_2|t_1)]^{1/2}} \tag{2.9}$$

og følgelig blir $\Sigma\Sigma\, b_{ij}(t_1) = \Sigma\Sigma\, b_{ij}(t_2)$. Dette innebærer implisitt en re-normalisering av output volumet og av output prisen. Hvis kostnadsfunksjonen er lineær homogen i output så innebærer det at input koeffisientene forblir uendret hvis alle input prisene endres proporsjonalt.

3. IMPLEMENTERING I MSG

I selve oppdateringen vil vi benytte følgende formel [se (2.9)]

$$b_{ij}(t_2) = \frac{[p_i(t_2|t_1)\ p_j(t_2|t_1)]^{1/2}}{\gamma(t_2|t_1)}\, b_{ij}(t_1)\ , \tag{3.1}$$

der

$$\gamma(t_2|t_1) = \frac{\sum_i \sum_j b_{ij}(t_1)}{\sum_i \sum_j b_{ij}(t_1) [p_i(t_2|t_1)\ p_j(t_2|t_1)]^{1/2}} \tag{3.2}$$

er en normeringskoeffisient som sikrer at koeffisientsummen er den samme i begge basisår. Siden MSG's η koeffisienter renormerer ligningene (se vedlegg I.A) vil ikke denne normeringen ha noen innflytelse på de beregnende resultatene i MSG, men bare påvirke størrelsen på de oppdaterte G.L. koeffisientene proporsjonalt. På tilsvarende måte vil η koeffisientene nøytralisere effekten av output målet og av teknologisk endring, slik at vi kan se bort ifra denne. Innføringen av $\gamma(t_2|t_1)$ koeffisienten har i hovedsak den effekt at G.L. koeffisientuttrykket blir homogent av grad null i priser, samtidig som det representerer en renormering av output og input.

I MSG modellen er en del av input prisene endogene variabler og basisårets modelløsning for disse størrelsene vil således kunne avvike fra de tilsvarende størrelser i datagrunnlaget. Ved oppdateringen har vi således i prinsippet to alternative måter å skaffe de nødvendige prisdata på

i) Vi kan anvende de definisjonsuttrykkene som ligger inne i MSG og som brukes ved simuleringen. Dette krever en mere detaljert bruk av nasjonalregnskapsdata utover det som finnes i databanken AARDAT

ii) Vi kan anvende de variabler og definisjoner som ble brukt ved estimeringen

Den første fremgangsmåten gjør oppdateringen av parametrene til en integrert del av modellen, mens den andre gjør oppdateringen til en videreføring av estimeringsarbeidet. Argumentet i avsnitt 2 ovenfor henspeiler først og fremst på den første metoden, men resultatene og indeksformlene gjelder også for metode ii).

Hvis vi skulle følge alternativ i) så måtte følgende ligninger (definisjoner) anvendes for å bestemme de endogene prisene

	Ligning i Longva et al. (1981)
P_E - pris på elektrisitet	2.15
P_F - pris på oljeprodukter	2.16
P_M - pris på vareinnsats	2.17
P_K - pris på realkapital	2.18, 2.20, 2.22

Hvis kapitalavkastningsnivået (R) er endogent (den simultane modellen), så måtte en i prinsippet løse hele modellen simultant med oppdateringen av G.L. koeffisientene. I praksis er det lagt inn så mange korreksjonsparametre i MSG at modellen "går gjennom basisåret" alle endogene størrelser, og forskjellen i metode i) og ii) forsvinner således.

3.1. Oppdatering av nedre trinn

Etterspørselen etter elektrisitet (E) og olje (F) danner modellens nedre trinn, som bestemmer prisen på samlet energiinnsats (U). G.L.-koeffisientene er normert slik at summen er identisk 1, og denne egenskap vil bli bevart ved oppdateringsrutinen (3.1). Prisindeksene P_E og P_F er satt lik én i basisåret, og den ikke observerbare prisindeksen på samlet energi, P_U, er definert lik enhetskostnaden.

a. Industrien

Basisgrunnlaget for reestimering av energiblokken i MSG er for industrisektorene energiregnskapets fysiske energitall (Gwh og 1 000 tonn) samt priser på disse varene (øre/kwh og øre/kg). Ved estimeringen er prisene normerte til å være lik én i basisåret (1981) og mengdene normerte slik at verdien av varestrømmene forblir uendret.[1] I energiregnskapet har en hatt en gjennomgang av mengde og pristall, som gjør at prisindeksene vil vise en noe ulik utvikling fra år til år i energiregnskapsdatabasen og nasjonalregnskapsdatabasen. Dette gjelder imidlertid vesentlig tidligere år.[2] Dette betyr at det i prinsippet er likegyldig, ved oppdatering av koeffisientene, om en benytter nasjonalregnskapet eller energiregnskapet som kilde. Det relative prisforhold mellom to påfølgende av de siste årene er uavhengig av hvilket volummål en velger å benytte.

I nasjonalregnskapsvare 468[3] er fyringsparafin inkludert. Denne nasjonalregnskapsvaren inngår i MSG[4] blant kjemiske/tekniske produkter og ikke sammen med fyringsoljene. I energiregnskapsdatabasen inngår parafin sammen med fyringsoljene. Dette antas ikke å spille en vesentlig rolle for prisindeksene og dermed oppdateringen. Imidlertid vil nivået bli redusert til fyringsoljenivå i MSG-forstand ved koeffisientene η_E og η_F.

Ovenstående medfører at prisindeksene som skal benyttes ved oppdateringen av koeffisientene kan hentes fra databanken AARDAT.

b. Tjenesteyting

Innenfor de tjenesteytende sektorer er sammenhengen mellom energiregnskapet og nasjonalregnskapet dårligere enn innenfor industrien. I Bye (1982) er det vist at det er rimelig samsvar mellom de to regnskapene for bruk av oljeprodukter i total tjenesteyting. Fordelingen på sektorer er imidlertid meget forskjellig. (Bye (1982), ss. 10-15). Videre vises at det er uoverensstemmelser mellom regnskapene for bruk av elektrisitet i total tjenesteyting (s. 15 - tabell 4.11). Fordelingen på sektorer er også forskjellig (ss. 10-15). En av konklusjonene i notatet er at energiregnskapet nok gir en bedre fordeling enn nasjonalregnskapet, for de år en har et fullstendig energiregnskap (1976-1981) for disse sektorene Ljones (1982). Uoverensstemmelsene gjelder både volum og pristall. Olje til transport er holdt utenfor energidatabasen i de tjenesteytende sektorer i energidatabasen. I energiregnskapsdatabasen bygger tilbakeførte tall (1962-1976) på samme fordeling mellom sektorene som i 1976, men med hensyntagen til ulik utvikling i aktivitetsnivå i de forskjellige sektorene. Beregningsmetoden kan skrives

$$E_{i,t} = \frac{\alpha_t}{\alpha_{76}} \beta_{i,76} X_{i,76} ,$$

der

$$\alpha_t = \frac{E_t}{X_t} = \text{energivarekoeffisient for total tjenesteyting år t,}$$

$$\beta_{i,76} = \frac{E_{i,76}}{X_{i,76}} = \text{energivarekoeffisient sektor i for 1976,}$$

$E_{i,t}$ = energivareforbruk tjenestende sektor i i år t,

$E_t = \sum_i E_{i,t}$ = energivareforbruk tjenesteyting år t,

$X_t = \sum_i X_{i,t}$ = bruttoproduksjonsverdi tjenesteyting år t,

og der i er sektorindeks for de tjenesteytende sektorer.

Av ovenstående vil det framgå minst tre muligheter for valg av datamateriale for de tjenesteytende sektorene:

i) Den første muligheten er å benytte energidatabasen direkte. Dette antas å være det beste datamaterialet. Verdistrømmene vil ikke stemme med nasjonalregnskapet i basisåret. Dette vil imidlertid oppdateringsparametrene η_E og η_F sørge for og de feil nasjonalregnskapet har blir hovedårsak til feil i banene framover. Det antas at det ikke har noen hensikt å benytte dette alternativet hvis nasjonalregnskapets tall i basisåret ikke endres, slik at de er i overensstemmelse med energidatabasen.[5]

ii) Den andre muligheten er å forutsette at alle sektorer innenfor tjenesteyting har den samme substitusjons-elastisiteten. Dermed kunne en benytte prisutviklingen for total tjenesteyting, som tross alt er noenlunde like i de to databasene. De samme invendinger som i i) kan i forbindelse med oppdateringen reises mot ii).

iii) Den tredje muligheten er å benytte nasjonalregnskaps-dataene. Fra et datamessig synspunkt er nok dette den dårligste løsningen. I forbindelse med hovedrevisjonen av nasjonalregnskapet vil nok energidatabasens grunnlag bli innarbeidet. Valg av en slik løsning vil antakelig medføre at vi må leve med dataproblemene i MSG i noen år, hvis ikke andre løsninger kan finnes.

I forbindelse med "reestimeringsprosjektet", Bye og Frenger (1986,b) ble alle de tre mulighetene i)-iii) benyttet ved estimeringen for å se hvilke utslag dataforskjellene ga. Alternativ iii) er implementert i MSG i denne omgang. Prisindeksene hentes da også fra databanken-AARDAT.

Fremgangsmåten ved oppdatering på nedre trinn blir således

1) Beregn $p_E(t_2|t_1)$ og $p_F(t_2|t_1)$, for hver sektor med data fra AARDAT
2) Beregn energiprisindeksen $p_U(t_2|t_1)$ som er gitt ved enhetskostnadsfunksjonen

$$p_U(t_2|t_1) = \sum_i \sum_j b_{ij}(t_1) \, [p_i(t_2|t_1) \, p_j(t_2|t_1)]^{1/2} , \quad i,j=E,F \tag{3.3}$$

Denne indeksen vil også bli benyttet på øvre trinn.

3) Beregn $b_{ij}(t_2)$, som ved hjelp av (3.1), indeksen $p_U(t_2|t_1)$ og det faktum at $\sum_i \sum_j b_{ij} = 1$ kan skrives

$$b_{ij}(t_2) = \frac{[p_i(t_2|t_1) \, p_j(t_2|t_1)]^{1/2}}{p_U(t_2|t_1)} b_{ij}(t_1) , \quad i,j = E,F, \tag{3.4}$$

Dette medfører som nevnt at $\sum_i \sum_j b_{ij}(t_2) = 1$, og siden $p_E(t_2|t_2) = p_F(t_2|t_2) = 1$, at $p_U(t_2|t_2) = 1$.[6]

Vi vil også trenge $p_U(t_2|t_1)$ på øvre trinn og må således beregne denne ved hjelp av (3.3).

I MSG-sektorene 12, 60, 64, 68, 81 og 83 er det ingen innsats av elektrisitet og i MSG-sektoren 82 og 83 er det ingen innsats av av oljeprodukter. I disse tilfelle reduseres enhetskostnadsfunksjonen (1.8) til en identitet, henholdsvis $p_U = p_E$, og $p_U = p_F$, og oppdateringsproblemet forsvinner på nedre trinn. For sektor 83 blir $p_U = 1$ men med U = 0, så vi står igjen med en trefaktorfunksjon på øvre trinn.

3.2. Oppdatering av øvre trinn

I det øvre trinn inngår prisen på vareinnsats (p_M), energi (p_U), arbeidskraft (p_L) og kapital (p_K). Hvis år t_1 er basisåret for de estimerte G.L. koeffisientene og t_2 er modellens basisår så trenger vi oppgaver over

$$p_i(t_2|t_1) \ , \qquad i = M,U,L,K.$$

Dataene for $p_U(t_2|t_1)$ hentes, som nevnt ovenfor, fra nedre trinn, mens de øvrige tre prisindeksene hentes fra nasjonalregnskapsdatabanken på TROLL, AARDAT, slik det fremgår av tabell 1.

Tabell 1. Variabler for beregning av øvre trinns prisindekser

Variabel	Variabelnavn	Variabel i AARDAT[1]
p_E	Priser for elektrisitet	S_PE_j
p_F	Priser for olje	S_PF_j
p_M	Priser på vareinnsats i alt, ekskl. elektrisitet og oljeprodukter,	S_PM_j
Y_E	Driftsresultat	S_YE_j
Y_K	Kapitalavkastning (nivå)	3
Y	Lønnskostnader	S_YW_j
N_L	Sysselsatte, lønnstakere	S_NW_j
N_S	Sysselsatte, selvstendige	S_NS_j
L	Timeverk, totalt	$SYSDAT\_L_j$
Y_D	Kapitalslit, løpende priser	R_YD_j
W_L	Lønnskostnader inkl. belønning til selvstendige	2
K	Realkapitalbeholdning, faste priser	R_K_j
R	Avkastningsrate for sektoren	3
$\bar{R}$	Gjennomsnittlig avkastningsnivå beregnet for industrien	3
ϱ	Relativ avkastningsrate	3
LK	Realkapitalbeholdning, løpende priser	R_VK_j

1 Hovedarkiv AARNR
2 Se ligningene (3.6)
3 Jfr. Bye og Frenger (1986) og ligning (3.7)

Inputprisene kan således beregnes ved følgende formler

$$W_L = Y_L + (Y_L/N_L)\, N_S \ ,$$

$$p_L = W_L/L \ , \qquad (3.6)$$

$$p_K = (\varrho\, \bar{R}\, LK + Y_D)/K \ , \qquad \text{der } R = \varrho\bar{R} \ . \qquad (3.7)$$

Uttrykkene for p_L og p_K er de som ble brukt ved den opprinnelige estimering av MSG. Ved oppdatering trenger vi også oppgaver over den relative (ϱ) og den gjennomsnittlige ($\bar{R}$) avkastningsrate. Ved estimeringen av modellen ble alle prisene p_j der j = M, U, L, K satt lik én i basisåret og mengdene normert tilsvarende. I MSG er imidlertid pris på investeringer (p_J) satt lik én i basisåret. Videre er pris på arbeidskraft (p_L) satt lik lønnssatsen (W_L) i dette året. Før koeffisientene ble lagt inn i modellen ble de derfor renormerte med hensyn på disse forutsetningene. Siden

$$Y_D = \delta LK , \tag{3.8}$$

følger det av (3.7) at

$$p_K = (\varrho\bar{R} + \delta)\frac{LK}{K} = (\varrho\bar{R} + \delta)P_J \tag{3.9}$$

D.v.s. alle koeffisienter må renormeres m.h.p

$$p_{J,K} = 1/(\varrho\bar{R} + \delta) \tag{3.10}$$

$$p_{W,L} = \frac{W_L}{p_L} \quad . \tag{3.11}$$

I modellen har vi imidlertid at,

$$p_K(t_2|t_1) = p_J(t_2|t_1) \tag{3.12}$$

$$p_L(t_2|t_1) = p_W(t_2|t_1) \tag{3.13}$$

hvis vi antar at ϱ, $\bar{R}$ og δ holdes konstante mellom de to periodene. De estimerte ϱ bør endres bare som følge av nye estimeringer. Gjennomsnittlig avkastning i industrien $\bar{R}$ er i estimeringsarbeidet beregnet som et fem års glidende gjennomsnitt og tar på denne måten noe hensyn til varierende kapasitetsutnytting og tilfeldige variasjoner. Fra databasen AARDAT kan vi regne ut rate for kapitalavkastning R_t^1 , som driftsresultat i forhold til kapitalinnsats

$$R_t^1 = \frac{Y_{E,t}}{LK_t} \tag{3.14}$$

I estimeringsarbeidet har vi ved beregning av avkastningsraten R korrigert for eieres inntekt for alle år fram til og med 1982, Bye og Frenger (1986,a). Ved oppdateringen "korrigerer" vi ratene ved å kjede R_t^1 mot nivået på R i 1982 og deretter beregne 5-års glidende gjennomsnitt. Rate for avskrivning i det nye basisåret beregnes fra databanken, som kapitalslit Y_D i forhold til kapitalinnsats.

Sektorene for produksjon og distribusjon av elektrisitet har en noe spesiell struktur. I produksjonssektoren oppstår det ikke noe oppdateringsproblem, mens den vanlige fremgangsmåten kan anvendes på fordelingssektoren når en tar hensyn til at den bare har to variable input koeffisienter.

Ved oppdateringen på øvre trinn beregnes og kjedes først avkastningsratene (3.14), deretter beregnes endringer i relative prisforhold i det nye og gamle basisåret ved (3.6) og (3.7). Med utgangspunkt i dette kan en nå beregne nye koeffisienter ved formlene (3.1) og (3.2). Det er utviklet et program i TROLL for beregning av oppdaterte koeffisienter. Dette programmet er gjengitt som vedlegg B i dette notatet.

OM KORREKSJONSPARAMETRENE FOR ENHETSKOEFFISIENTENE

I faktoretterspørselsfunksjonene i MSG er det innført et sett korreksjonsparametre η for enhetskoeffisientene for å sikre at modellen går gjennom basisåret. Ligningene (2.7), og (2.8) og (2.9) i Longva et al. (1981) har følgende form

$$a_i = y^{\frac{1-\mu}{\mu}} e^{-\frac{\varepsilon t}{\mu}} \eta_i \sum_j b_{ij} \left[\frac{p_j}{p_i}\right]^{1/2}, \qquad i,j = M,U,L,K, \tag{A.1}$$

der η er korreksjonsparameteren for vare i (sektorfotskriften er utelatt), hvis rolle det er å sikre at modellen går "gjennom basisåret". Skriver vi

$$b'_{ij} = \eta_i b_{ij}, \tag{A.2}$$

så kan $B' = [b'_{ij}]$ tolkes som den korrigerte G.L. koeffisientmatrisen. Men B' er ikke lenger symmetrisk og dette medfører at (A.1) ikke lenger kan avledes fra en G.L. kostnadsfunksjon. Dette ser en lett ved å definere kostnadsfunksjonen på grunnlag av (A.1)[1],

$$C(y,p) = y \sum_i p_i a_i = y^{\frac{1}{\mu}} e^{-\frac{\varepsilon t}{\mu}} \sum_{ij}\sum \eta_i b_{ij} (p_i p_j)^{1/2}, \tag{A.3}$$

og så anvende Shephard's lemma ved å differensiere (A.3) med hensyn på faktorprisene og dividere med y. Dette gir[2]

$$a'_i = \frac{1}{y}\frac{\partial C(y,p)}{\partial p_i} = y^{\frac{1-\mu}{\mu}} e^{-\frac{\varepsilon t}{\mu}} \sum_j \frac{1}{2}(\eta_i+\eta_j) b_{ij} \left[\frac{p_j}{p_i}\right]^{1/2}, \tag{A.4}$$

som ikke er identisk med (A.1).

En alternativ måte å se dette på er å beregne de annenderiverte av kostnadsfunksjonen, d.v.s. $\partial a_i/\partial p_j$ og $\partial a_j/\partial p_i$ på grunnlag av (A.1). En vil da se at disse to uttrykkene ikke er like.

For å oppnå konsistens mellom kostnadsfunksjonen (A.3) og enhetskoeffisientfunksjonene (A.1) eller (A.4), så må korreksjonsmekanismen være slik at B' matrisen blir symmetrisk.

Vi kan tolke korreksjonmekanismen som et sett av n(n+1)/2 funksjoner som definerer et nytt sett G.L. koeffisienter b'_{ij}, $i,j = 1,\dots,n$, $b'_{ij} = b'_{ji}$, på grunnlag av de gamle b_{ij} parametrene. Kravet om at basisåret skal tilfredsstille koeffisientligningene pålegger oss n restriksjoner, men det gjenstår svært mange ulike måter å korrigere B matrisen på. I det følgende skisseres tre ulike metoder:

i) Den enkleste måten er å korrigere kun diagonalelementene i B. Dette vil naturligvis bevare symmetrien.

ii) En endring av elementene i B vil normalt endre G.L. funksjonens første- og annen-ordens egenskaper. En kan kreve at modellens annenordensparametre skal være de samme etter korreksjonen. Ønsker en for eksempel å bevare modellens "shadow elasticities of substitution", så kan en følge et opplegg som er beskrevet i notatet "Reconstruction of a Cost Function from the Substitution Matrix" (PFr/SIW, 21/11-78), gjengitt som vedlegg til dette interne notatet.

iii) En kunne anta at korrigeringsmekanismen hadde følgende generelle form

$$a_i = \sum_j \eta_i \, b_{ij} \, \eta_j \left[\frac{p_j}{p_i}\right]^{1/2}, \qquad i = M,U,L,K,$$

der den korrigerte matrisen $B' = \hat{\eta} \, B \, \hat{\eta}$ naturligvis er symmetrisk. Dette kan i matriseform skrives

$$a = \hat{p}^{-1/2} \, \hat{\eta} \, B \, \hat{\eta} \, p^{1/2},$$

eller

$$a^* = \hat{\eta} \, B^* \, \eta,$$

der

$$a^* = \hat{p}^{1/2} a = \hat{a} \, p^{1/2},$$

$$B^* = B \, \hat{p}^{1/2}.$$

Løsningen av dette gir raskt noen stygge polynomiske uttrykk i η'ene.

PROGRAM FOR OPPDATERING AV KOEFFISIENTENE I MSG

```
NYBYE_GLUPDATE -

&COMMENT  Macroen  oppdaterer  GL.koeffisientene fra år 1 til år 2, se not-
          atet  "Oppdatering  av  GL-koeffisientene",  ligning  3.1 og 3.2.
          Pi&3.21,   i   =   M,E,F,U,L,K,  representerer  forholdet  mellom
          inputpris på vare i i sektor &3 i periode 2 og periode 1. Periode
          2 og 1 er h.h.v. det nye og det gamle basisåret. Da koefisientene
          bij  har  navnet  cij  på  øvre trinn i modellen benyttes dette i
          macroen.                                                     &END

&COMMENT  Access  til  modellens konstantfil i det gamle basisåret. I dette
          tilfellet  er modellens basisår 1983, mens basisåret ved estimer-
          ing av disse koeffisientene var 1981. 1983-modellen hadde således
          ikke helt oppdaterte koeffisienter.                          &END

ACCESS MSG4E PA EOF;
SEARCH MSG4E_CONST_MSG83;

&COMMENT  Access til databanken aardat for å få endringer i relative priser
          for inputene mellom gammelt og nytt basisår.                 &END

ACCESS AARDAT PA MKM;
SEARCH AARDAT_DATA_AARNR;
SEARCH AARDAT_DATA_INR;

&COMMENT  Relativ rate for kapitalavkastning hentes for enkeltsektorene fra
          tabell  3.4  i Interne Notater 86/6. Gjennomsnitllig rate  R  for
          kapital avkastning for industrien beregnes fra databanken AARDAT,
          som  et  5-års glidende gjennomsnitt, ref IN 86/6. På grunn av at
          dataene  for  driftsresultat  egentlig  skulle vært korrigert for
          eieres  arbeidsinntekt  normeres rate for industrien mot ratene i
          IN  86/6,  der  dette er gjort fram til og med 1982. For sektorer
          utenom industrien benyttes i programmet nedenfor gjennomsnitt for
          industrien.  For  at  programmet skal være generelt settes derfor
          disse  lik R (gjennomsnitt i industrien er i modellen normert til
          å  være lik 1).                                              &END


DOCORE  R   =  NEWPER(combine(0.033,0.066,0.066,0.063,0.050,Na,Na,Na,
                              Na,Na,Na,Na,Na,Na,Na,Na,Na,Na),1,1978);

DOCORE  YE  =  S_YE14+S_YE18+S_YE26+S_YE27+S_YE28+S_YE31
               S_YE34+S_YE37+S_YE43+S_YE45+S_YE50;

DOCORE  VK  =  R_VK14+R_VK18+R_VK26+R_VK27+R_VK28+R_VK31
               R_VK34+R_VK37+R_VK43+R_VK45+R_VK50;

DOCORE  R1  =  YE/VK;
DOCORE  R   =  IF YEAR(R) LE 1982 THEN R ELSE R1*VALUE(R ,1982)/
```

```
                                                         VALUE(R1,1982);
DORANGE 1 TO 1;
&IGNORE &1"GAMMELT BASISÅR"  &2"NYTT BASISÅR"  &END

DOCORE  R    =  (VALUE(R,&2),VALUE(R,&2-1),VALUE(R,&2-2),VALUE(R,&2-3),
                 VALUE(R,&2-4))/5;


DOCORE  RH011C  =  R;
DOCORE  RH012C  =  R;
DOCORE  RH013C  =  R;
DOCORE  RH014C  =  1.1820*R;
DOCORE  RH018C  =  1.2007*R;
DOCORE  RH026C  =  2.4124*R;
DOCORE  RH027C  =  0.8975*R;
DOCORE  RH028C  =  1.5843*R;
DOCORE  RH031C  =  0.5720*R;
DOCORE  RH034C  =  0.4201*R;
DOCORE  RH037C  =  0.2313*R;
DOCORE  RH043C  =  1.2085*R;
DOCORE  RH045C  =  1.2644*R;
DOCORE  RH050C  =  1.3418*R;
DOCORE  RH055C  =  R;
DOCORE  RH074C  =  R;
DOCORE  RH081C  =  R;
DOCORE  RH082C  =  R;
DOCORE  RH083C  =  R;
DOCORE  RH085C  =  R;

DO SETCIF(LCOMBINE(<11>,<12>,<13>,<14>,<18>,<26>,<27>,<28>,<31>,<34>,
                   <37>,<43>,<45>,<50>,<55>,<74>,<81>,<82>,<83>,<85>,
                   <92S>,<93S>,<93K>,<94S>,<94K>,<95S>,<95K>,<*>));
&SET &IFARG(1) = 1 &END
&LET &4 = 0 &END

&COMMENT   Løkke for sektorer starter  &END

&START1:
&COMMENT   Nedre trinn, se ligning 3.3 og 3.4 i oppdateringsnotatet &END
&LET &3 = &CIFARG(&IFARG(1)) &END
DORANGE 1 TO 1;
BINDVAL CONST MSG.4E;

DOCORE  PE&3.21  =  VALUE(S_PE&3,&2)/MAX(VALUE(S_PE&3,&1),0.00000001);
DOCORE  PF&3.21  =  VALUE(S_PF&3,&2)/MAX(VALUE(S_PF&3,&1),0.00000001);
DOCORE  PU&3.21  =  BEE&3'C*PE&3.21 + 2*BEF&3'C*(PE&3.21*PF&3.21)**0.5 +
                    BFF&3'C*PF&3.21 ;

DOCORE  BEE  =   BEE&3'C*(PE&3.21/MAX(PU&3.21,0.00000001));
DOCORE  BFF  =   BFF&3'C*(PF&3.21/MAX(PU&3.21,0.00000001));
DOCORE  BEF  =   BEF&3'C*((PE&3.21*PF&3.21)**0.5/MAX(PU&3.21,0.0000001));
&COMMENT   OBS: Summen over alle bij er pr. def lik 1 på nedre trinn &END

DORANGE;
&COMMENT  Datafil over gamle koeffisienter, nedre trinn lages  &END
DOCORE AUXN1  =  COMBINE(BEE&3'C,BEF&3'C,BFF&3'C);
DOCORE AUXN1  =  NEWPER(AUXN1,3,1,1);

&COMMENT  Datafil over nye koeffisienter, nedre trinn lages &END
DOCORE AUXN2  =  COMBINE(BEE,BEF,BFF);
```

```
DOCORE AUXN2  =  NEWPER(AUXN2,3,1,1);

&COMMENT  De nye koeffisientene legges på kostantfilen NYMSG4E  &END
DELBINDVAL ALL;
BINDVAL CONST NYMSG4E;
DO BEE&3'C  =  SUBMAT(AUXN2,1,1);
DO BEF&3'C  =  SUBMAT(AUXN2,1,2);
DO BFE&3'C  =  SUBMAT(AUXN2,1,2);
DO BFF&3'C  =  SUBMAT(AUXN2,1,3);

&COMMENT  Gammel og ny koeffisientmatrise over sektorer lages &END
&IF &IFARG(1) CEQ 1
DO AUXN3  =  AUXN1;
DO AUXN4  =  AUXN2;
&IFEND
&IF &IFARG(1) GE 2
DO AUXN3  =  COMBINE(AUXN3,AUXN1);
DO AUXN4  =  COMBINE(AUXN4,AUXN2);
&IFEND

&COMMENT  Offentlige sektorer har koeffisienter bare på nedre trinn  &END
&IF &3 CEQ 92S    &SETC &4 = 90 &END  &IFEND
&IF &4 CEQ 90     &GOTO &START2       &IFEND

&COMMENT  Øvre  trinn  starter, ligning 3.6 og 3.7 beregnes først, deretter
          ligning  3.1  og  3.2. Da det ikke ligger inne timeverkstall fram
          til  siste  år  i databanken AARDAT, men bare årsverkstall, lages
          her en hjelpevariabel "T" der veksten i årsverkstall er brukt til
          å framskrive timeverkstallene                                &END

DELBINDVAL ALL;
BINDVAL CONST MSG.4E;
DOCORE  IFARG(10)  =  RHO&3C;
DOCORE  T   =  S_N&3/VALUE(S_N&3,&1)*VALUE(SYSDAT_L&3,&1);
DOCORE  PL  = (S_YW&3 + (S_YW&3/S_NW&3)*S_NS&3)/T;
DOCORE  PK  = (IFARG(10)*R_VK&3 + R_YD&3)/R_K&3;

&COMMENT  Relative priser for de to basisår for M,K,L beregnes &END
DORANGE 1 TO 1;
DOCORE PM&3.21  =  VALUE(S_PM&3,&2)/VALUE(S_PM&3,&1);
DOCORE PL&3.21  =  VALUE(PL,&2)/VALUE(PL,&1);
DOCORE PK&3.21  =  VALUE(PK,&2)/VALUE(PK,&1);

&COMMENT  Rij = (Pi(t2/t1)*Pj(t2/t1))**.5 beregnes, jfr. formel 3.1 &END
DOCORE  RMM  =   PM&3.21;
DOCORE  RUU  =   MAX(PU&3.21,0.0000001);
DOCORE  RLL  =   PL&3.21;
DOCORE  RKK  =   PK&3.21;
DOCORE  RMU  =   MAX((PM&3.21*PU&3.21)**0.5,0.0000001);
DOCORE  RML  =  (PM&3.21*PL&3.21)**0.5;
DOCORE  RMK  =  (PM&3.21*PK&3.21)**0.5;
DOCORE  RUL  =   MAX((PU&3.21*PL&3.21)**0.5,0.0000001);
DOCORE  RUK  =   MAX((PU&3.21*PK&3.21)**0.5,0.0000001);
DOCORE  RLK  =  (PL&3.21*PK&3.21)**0.5;

DOCORE  GAM1  =  CMM&3'C + 2*CMU&3'C + 2*CML&3'C + 2*CMK&3'C +
                           CUU&3'C + 2*CUL&3'C + 2*CUK&3'C +
                                     CLL&3'C + 2*CLK&3'C +
                                               CKK&3'C;
```

```
DOCORE  GAM2  =  CMM&3'C*RMM + 2*CMU&3'C*RMU + 2*CML&3'C*RML + 2*CMK&3'C*RMK +
                               CUU&3'C*RUU + 2*CUL&3'C*RUL + 2*CUK&3'C*RUK +
                                             CLL&3'C*RLL + 2*CLK&3'C*RLK +
                                                           CKK&3'C*RKK ;

&COMMENT Må benytte to const.filer samtidig,derfor går vi om datafil &END

DORANGE;
&COMMENT  Datafil over gammel const.fil, øvre trinn lages  &END
DOCORE AUX1   =  COMBINE(CMM&3'C,CMU&3'C,CML&3'C,CMK&3'C,
                                CUU&3'C,CUL&3'C,CUK&3'C,
                                        CLL&3'C,CLK&3'C,
                                                CKK&3'C);

&COMMENT  Datafil over ny const.fil, øvre trinn lages       &END
DOCORE AUX2   =  COMBINE((RMM*GAM1/GAM2) * CMM&3'C,
                         (RMU*GAM1/GAM2) * CMU&3'C,
                         (RML*GAM1/GAM2) * CML&3'C,
                         (RMK*GAM1/GAM2) * CMK&3'C,
                         (RUU*GAM1/GAM2) * CUU&3'C,
                         (RUL*GAM1/GAM2) * CUL&3'C,
                         (RUK*GAM1/GAM2) * CUK&3'C,
                         (RLL*GAM1/GAM2) * CLL&3'C,
                         (RLK*GAM1/GAM2) * CLK&3'C,
                         (RKK*GAM1/GAM2) * CKK&3'C);

DOCORE AUX1   =  NEWPER(AUX1,10,1,1);
DOCORE AUX2   =  NEWPER(AUX2,10,1,1);

DELBINDVAL ALL;
BINDVAL CONST NYMSG4E;
DO  CMM&3'C   =   SUBMAT(AUX2,1,1);
DO  CMU&3'C   =   SUBMAT(AUX2,1,2);
DO  CML&3'C   =   SUBMAT(AUX2,1,3);
DO  CMK&3'C   =   SUBMAT(AUX2,1,4);
DO  CUU&3'C   =   SUBMAT(AUX2,1,5);
DO  CUL&3'C   =   SUBMAT(AUX2,1,6);
DO  CUK&3'C   =   SUBMAT(AUX2,1,7);
DO  CLL&3'C   =   SUBMAT(AUX2,1,8);
DO  CLK&3'C   =   SUBMAT(AUX2,1,9);
DO  CKK&3'C   =   SUBMAT(AUX2,1,10);
DO  CUM&3'C   =   CMU&3'C;
DO  CLM&3'C   =   CML&3'C;
DO  CKM&3'C   =   CMK&3'C;
DO  CLU&3'C   =   CUL&3'C;
DO  CKU&3'C   =   CUK&3'C;
DO  CKL&3'C   =   CLK&3'C;

DO  RHO&3'C   =   RHO&3C;
DO DELTA&3'C  =   VALUE((R_YD&3/R_VK&3),&2);

DOCORE  GAM3  =  CMM&3'C + 2*CMU&3'C + 2*CML&3'C + 2*CMK&3'C +
                           CUU&3'C + 2*CUL&3'C + 2*CUK&3'C +
                                     CLL&3'C + 2*CLK&3'C +
                                               CKK&3'C ;
DO PRINT (COMBINE(&3,GAM1,GAM3));

&COMMENT  Datamatriser over gamle og nye const.filer, øvre trinn lages &END
&IF &IFARG(1) EQ 1
DO AUX3  =  AUX1;
```

```
DO AUX4   =   AUX2;
&IFEND
&IF &IFARG(1) GE 2
DO AUX3   =   COMBINE(AUX3,AUX1);
DO AUX4   =   COMBINE(AUX4,AUX2);
&IFEND


&START2:
&COMMENT  Slutten på løkken som går over spesifisert sektorliste  &END
&SET &IFARG(1) = &IFARG(1) + 1 &END
&IF &CIFARG(&IFARG(1)) CNE *
&GOTO &START1
&IFEND


&PRINT:
&COMMENT  Tabeller over gamle og nye koeffisienter printes  &END
do OPRTFORM(<P,A80,//,A10,7X,A3,9(7X,A3),//>,0,
          LCOMBINE(<KOEFFISIENTER øVRE TRINN I MSG.4E - &1-BASISåR>,
                   <MSG-SEKTOR>,<CMM>,<CMU>,<CML>,<CMK>,<CUU>,<CUL>,
                   <CUK>,<CLL>,<CLK>,<CKK>),
           <20(4X,A2,8X,10(F8.4,2X),/)>,AUX3,
          LCOMBINE(<11>,<12>,<13>,<14>,<18>,<26>,<27>,<28>,<31>,<34>,<37>
                  ,<43>,<45>,<50>,<55>,<74>,<81>,<82>,<83>,<85>));


DO OPRTFORM(<P,A80,//,A10,8X,A3,9(8X,A3),//>,0,
          LCOMBINE(<KOEFFISIENTER øVRE TRINN I MSG.4E - &2-BASISåR>,
                   <MSG-SEKTOR>,<CMM>,<CMU>,<CML>,<CMK>,<CUU>,<CUL>,
                   <CUK>,<CLL>,<CLK>,<CKK>),
           <20(4X,A2,8X,10(F9.4,2X),/)>,AUX4,
          LCOMBINE(<11>,<12>,<13>,<14>,<18>,<26>,<27>,<28>,<31>,<34>,<37>
                  ,<43>,<45>,<50>,<55>,<74>,<81>,<82>,<83>,<85>));


DO OPRTFORM(<P,A80,//,A10,8X,A3,2(8X,A3),//>,0,
          LCOMBINE(<KOEFFISIENTER NEDRE TRINN I MSG.4E - &1-BASIS"R>,
                   <MSG-SEKTOR>,<BEE>,<BEF>,<BFF>),
           <27(4X,A3,7X,3(F9.4,2X),/)>,AUXN3,
          LCOMBINE(<11>,<12>,<13>,<14>,<18>,<26>,<27>,<28>,<31>,<34>
                  ,<37>,<45>,<50>,<55>,<74>,<81>,<82>,<83>,<85>,
                   <92S>,<93S>,<93K>,<94S>,<94K>,<95S>,<95K>));


DO OPRTFORM(<P,A80,//,A10,7X,A3,2(7X,A3),//>,0,
          LCOMBINE(<KOEFFISIENTER NEDRE TRINN I MSG.4E - &2-BASIS"R>,
                   <MSG-SEKTOR>,<BEE>,<BEF>,<BFF>),
           <27(4X,A3,7X,3(F8.4,2X),/)>,AUXN4,
          LCOMBINE(<11>,<12>,<13>,<14>,<18>,<26>,<27>,<28>,<31>,<34>
                  ,<37>,<45>,<50>,<55>,<74>,<81>,<82>,<83>,<85>,
                   <92S>,<93S>,<93K>,<94S>,<94K>,<95S>,<95K>));


DO OPRTFORM(<P,A50,/,A50,//>,0,LCOMBINE(<RATE FOR KAPITALAVKASTNING &2>,
                                        <FEM ÅRS GLIDENDE GJENNOMSNITT>),
```

```
<A10,F8.4>,COMBINE(RHO11C,RHO12C,RHO13C,RHO14C,RHO18C,RHO26C,
                   RHO27C,RHO28C,RHO31C,RHO34C,RHO37C,RHO43C,
                   RHO45C,RHO50C,RHO55C,RHO74C,RHO81C,RHO82C,
                   RHO83C,RHO85C),
          LCOMBINE(<RHO11>,<RHO12>,<RHO13>,<RHO14>,<RHO18>,<RHO26>,
                   <RHO27>,<RHO28>,<RHO31>,<RHO34>,<RHO37>,<RHO43>,
                   <RHO45>,<RHO50>,<RHO55>,<RHO74>,<RHO81>,<RHO82>,
                   <RHO83>,<RHO85>));
```

```
PRINT
      ***************************************************************
      Du har nå fått koeffisienter til kostnadsfunksjonene for alle
      sektorer untatt sektorene 40, 72, 73, 60, 64 og 68. Disse må
      behandles særskilt. Alle koeffisientene fra dette programmet
      ligger på en konstantfil med navn NYMSG4E. På denne filen
      ligger også rate for kapitalavkastning (RHOj) og rate for
      avskrivning (DELTAj).
      ***************************************************************
END
```

FOTNOTER:

Avsnitt 1

1) I TROLL-modellen benyttes følgende tilnærmelser til uttrykkene

$$e^{\varepsilon t} \simeq EPS = (1+\varepsilon)^{t} \qquad \text{og} \qquad e^{et/\mu} \simeq (1+\varepsilon)^{t} / \mu .$$

Muligens burde dette siste uttrykket vært tilnærmet ved $(1+\varepsilon/\mu)_t$.

Avsnitt 3

1) Ved estimeringen har en valgt å benytte millioner kroner som enhet for verdistrømmene. Modellen beregner i 100 000 kr, men det spiller ingen rolle siden koeffisientoppdateringen er homogen av grad 0 i priser.

2) I Bye (1982) er det vist at for 1979 er det rimelig samsvar mellom de to regnskapene for industrisektorene. Dette gjelder også for 1980 og 1981.

3) Nasjonalrenskapets vareliste - vare 468-2723.

4) Longva et al. (1981).

5) En eventuell endring ville også få innflytelse på annen vareinnsats for at total vareinnsats kan holdes uendret.

6) Restriksjonen på summen av b_{ij}'ene på det nedre trinn og det at input koeffisientene summerer seg til 1 i basisåret medfører følgende forhold mellom korreksjonsparametrene η_E og η_F ($p_E = p_F = 1$):

$$\eta_E \sum_j b_{Ej} + \eta_F \sum_j b_{Fj} = 1 , \qquad j=E,F,$$

og derav følger det at

$$\eta_F = \eta_E + \frac{1 - \eta_E}{b_{FE} + b_{FF}} .$$

Vedlegg

1) Jfr. ligning (2.1) i Longva et al. (1981) som representerer grensekostnaden $\partial c(y,p)/\partial y$.

2) Se for eksempel Theil (1981, p. 31), for uttrykk for den deriverte av en slik kvadratisk ligning.

III. KORREKSJON FOR ULIKEVEKT I BASISÅRET

INNLEDNING

Dette notatet beskriver et opplegg for hvordan en kan korrigere beregningene av elektrisitets- og olje-etterspørsel i MSG, gitt at basisåret i modellen ikke er i likevekt m.h.p. disse faktorene. Opplegget ble laget i forbindelse med 1980-versjonen av MSG. Fra 1979-1980 steg oljeprisene kraftig relativt til elektrisitetsprisene. På grunn av tregheter i tilpasningen [se T. Bye (1984)] er det grunn til å tro at konsumentene og produsentene ikke hadde tilpasset seg fullt ut til disse relative prisendringene i 1980. Ved etablering av et grunnlag for MSG "forutsettes" det implisitt at det er likevekt i modellens basisår. Hvis en finner at det nye basisåret ikke er et år der en tilnærmet kan si at tilpasningen mellom elektrisitet og olje er i likevekt med hensyn på tidligere utvikling i de relative prisforhold, kan det nedenfor beskrevne opplegg benyttes for å beregne korreksjonsfaktorer som tar hensyn til den ulikevekt som måtte eksistere.

De første delene av notatet viser hvordan en kan korrigere innsatsen av elektrisitet og olje i produksjonssektorene ved hjelp av modellens temperaturkorrigeringskoeffisienter. Den siste delen viser hvordan private konsumenters elektrisitets- og oljeforbruk kan korrigeres for lag i basisåret ved hjelp av temperaturkorrigeringskoeffisientene for denne sektoren.

1. PRODUKSJON

Forbruket av energi til oppvarmingsformål er sterkt avhengig av gjennomsnittstemperaturen gjennom året. MSG modellens basisårsregnskap gjenspeiler det virkelige forbruket i dette året, mens modellen for framtidige år skal representere et år med gjennomsnittstemperatur. Dette nødvendiggjør en korreksjon for temperaturavviket mellom basisåret og et gjennomsnittsår, og utføres ved hjelp av temperaturkorrigeringsfaktorer som hentes fra energiregnskapet [Ljones og Sæbø (1983)].

Disse temperaturkorrigeringsfaktorene er beregnet på nivået av inputene. I avsnitt 1.1 ser vi på hvordan temperaturkoeffisienter definert på denne måten må korrigeres for å kunne nyttes på input koeffisientene. I MSG modellen benyttes disse avledede temperaturkorrigeringskoeffisienter. I avsnitt 1.2 beskriver vi hvordan en kan nytte disse avledede temperaturkorrigeringskoeffisientene til å korrigere også for ulikevekt i basisåret. Avsnitt 1.3 prøver å tolke disse korreksjonene i lys av en produktfunksjon med faste faktorer, og kan betraktes som en forlenget fotnote.

1.1 Korreksjon av input koeffisientene

La x_t^E og x_t^F representere det faktiske forbruk av henholdsvis elektrisitet og olje i år t, og la $\bar{x}_t^E$ og $\bar{x}_t^F$ representere den temperaturkorrigerte input av de samme varene slik at

$$
\begin{aligned}
x_t^E &= \lambda_t^E \bar{x}_t^E , \\
x_t^F &= \lambda_t^F \bar{x}_t^F ,
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

der λ_t^E og λ_t^F er energiregnskapets temperaturkorrigeringsfaktorer for elektrisitet og olje. Disse koeffisientene vil være én i et normalår, større enn én i et år som er kaldere enn normalt, og mindre enn én hvis året er varmere enn normalt.

Temperaturkorrigeringen medfører en viss uklarhet når det gjelder tolkningen av produktfunksjonen: gjelder denne de korrigerte eller de ukorrigerte inputs Det synes mest rimelig å anta at de estimerte relasjonene refererer seg til gjennomsnittlige størrelser, og således kan tolkes som temperaturkorrigerte. Vi lar $\bar{a}_t^E$og $\bar{a}_t^F$ representere de temperaturkorrigerte input koeffisientene, og a_t^E og a_t^F de ukorrigerte koeffisientene. Forskjellen mellom de korrigerte og de ukorrigerte inputs bør oppfattes å utgjøre en del av restleddet[1]. Dette innebærer at en produktfunksjon $\bar{x}_t^U = f(\bar{x}_t^E, \bar{x}_t^F)$ gjelder for de korrigerte inputene[2]. Ifølge normeringen av prisene i basisåret er $x_0^U = x_0^E + x_0^F$, der fotskriften 0 representerer basisåret t . I basisåret gjelder således

$$
\bar{a}_0^i = \frac{\bar{x}_0^i}{\bar{x}_0^E + \bar{x}_0^F} , \qquad i = E,F, \tag{1.2}
$$

og på tilsvarende måte for de ikke-temperaturkorrigerte koeffisientene

$$
a_0^i = \frac{x_0^i}{x_0^E + x_0^F} , \qquad i = E,F. \tag{1.3}
$$

Av (1.1)-(1.3) får vi følgende sammenheng mellom de ikke korrigerte og de temperaturkorrigerte koeffisientene

$$
\bar{a}_0^i = \left[\frac{a_0^E}{\lambda_0^E} + \frac{a_0^F}{\lambda_0^F}\right]^{-1} \frac{a_0^i}{\lambda_0^i} , \qquad i = E,F. \tag{1.4}
$$

Anvender vi (1.3) direkte, kan disse skrives som en funksjon av de ukorrigerte nivåene

$$\bar{a}_0^i = \frac{x_0^i/\lambda_0^i}{x_0^E/\lambda_0^E + x_0^F/\lambda_0^F}, \qquad i = E,F. \tag{1.5}$$

Hvis $\lambda_0^E = \lambda_0^F$ så blir $a_0^i = \bar{a}_0^i$, og inputkoeffisientene vil bare bli endret hvis temperaturkorrigeringen er forskjellig for elektrisitet og brensel. Vi kan nå definere korreksjonsparametrene for koeffisientene (se (1.4)

$$\gamma_0^i = \frac{\bar{a}_0}{a_0^i} = \left[\frac{a_0^E}{\lambda_0^E} + \frac{a_0^F}{\lambda_0^F}\right]^{-1} \frac{1}{\lambda_0^i} = \frac{1}{\lambda_0^i} \frac{x_0^E + x_0^F}{\frac{x_0^E}{\lambda_0^E} + \frac{x_0^F}{\lambda_0^F}},$$

γ_0^E og γ_0^F blir identisk én hvis temperaturkorrigeringsfaktorene λ_0^E og λ_0^F er like.

1.2 Korreksjon for ulikevekt

Inputstrukturen for elektrisitet og brensel i MSG er beskrevet ved GL koeffisientligningene

$$a_0^E = \gamma_0^E \eta_E \left[b_{EE} + b_{EF}\left[\frac{p_0^F}{p_0^E}\right]^{1/2}\right],$$

$$a_0^F = \gamma_0^F \eta_F \left[b_{FF} + b_{EF}\left[\frac{p_0^E}{p_0^F}\right]^{1/2}\right]. \tag{1.6}$$

Parametrene η_E og η_F beregnes residualt i modellen oppdatering slik at ligningene er tilfredstilt i modellens basisår. Temperaturkorrigeringskoeffisientene γ_0^E og γ_0^F var tidligere satt lik én i basisåret [se Ouren, (1983) , s. 3]. Siden uttrykkene i hakeparentesen representerer et slags normalforbruk, medførte dette at η_E og η_F også absorberte temperaturkorrigeringsfaktorene γ_0^E og γ_0^F. I MSG er nå temperaturkorrigeringskoeffisientene lik én i framtidige beregningsår (som vi ønsker å beskrive som normalår), og ulik én i basisåret hvis dette ikke er et temperaturmessig normalår.

La oss anta at der er treghet i tilpasningen, og at denne tregheten er representert ved fordelingen α_τ $\tau = 0,1,\dots,L$, der L er det lengste lagget og der $\Sigma_{\tau=0}^{L} \alpha_\tau = 1$, og la $\bar{a}^E$ og $\bar{a}^F$ representere "fitted values" for disse temperaturkorrigerte koeffisientrelasjonene

$$\hat{\bar{a}}_t^E = b_{EE} + b_{EF} \sum_{\tau=0}^{L} \alpha_\tau \left[\frac{p_{t-\tau}^F}{p_{t-\tau}^E}\right]^{1/2},$$

$$\hat{\bar{a}}_t^F = b_{FF} + b_{EF} \sum_{\tau=0}^{L} \alpha_\tau \left[\frac{p_{t-\tau}^E}{p_{t-\tau}^F}\right]^{1/2}. \tag{1.7}$$

Koeffisientene b_{EE} , b_{EF}, og b_{FF} representerer de langsiktige koeffisientene. I basisåret vil da følgende ligning holde

$$a_0^E = \gamma_0^E \bar{a}_0^E = \gamma_0^E \frac{\bar{a}_0^E}{\hat{\bar{a}}_0^E} \hat{\bar{a}}_0^E$$

$$= \gamma_0^E \frac{\bar{a}_0^E}{\hat{\bar{a}}_0^E} \left[b_{EE} + b_{EF} \sum_{\tau=0}^{L} \alpha_\tau \left[\frac{p_{t-\tau}^F}{p_{t-\tau}^E}\right]^{1/2}\right], \tag{1.8}$$

og tilsvarende for a_0^F. La oss definere koeffisientene

$$\beta_E = \frac{b_{EE} + b_{EF} \sum_{\tau=0}^{L} \alpha_\tau \left[\frac{p_{t-\tau}^F}{p_{t-\tau}^E}\right]^{1/2}}{b_{EE} + b_{EF} \left[\frac{p_t^F}{p_t^E}\right]^{1/2}}, \tag{1.9}$$

$$\beta_F = \frac{b_{FF} + b_{EF} \sum_{\tau=0}^{L} \alpha_\tau \left[\frac{p^E_{t-\tau}}{p^F_{t-\tau}}\right]^{1/2}}{b_{FF} + b_{EF} \left[\frac{p^F_t}{p^F_t}\right]^{1/2}} . \tag{1.9}$$

Da blir

$$a_0^E = \gamma_0^E \frac{\bar{a}_0^E}{\hat{\bar{a}}_0^E} \beta_E \left[b_{EE} + b_{EF} \left[\frac{p^F_t}{p^E_t}\right]^{1/2} \right] ,$$

$$a_0^F = \gamma_0^F \frac{\bar{a}_0^F}{\hat{\bar{a}}_0^F} \beta_F \left[b_{FF} + b_{EF} \left[\frac{p^E_t}{p^F_t}\right]^{1/2} \right] , \tag{1.10}$$

hvorav det framgår at i basisåret absorberer η_E koeffisienten

$$\eta_E = \frac{\bar{a}_0^E}{\hat{\bar{a}}_0^E} \beta_E \tag{1.11}$$

de to faktorene $\bar{a}_0^E/\hat{\bar{a}}_0^E$, som er den faktiske residualen for modellen med treghet i tilpasningen, og β_E som korrigerer for lagget. I grunnlagsjobben til MSG blir η koeffisientene beregnet residualt, mens temperaturkoeffisientene er eksogene. For å få tatt hensyn til den beregnede og eksogent gitte lageffekten må vi således bruke temperaturkorrigeringskoeffisienten til å korrigere også for lag.

Ligningen for den temperaturkorrigerte input koeffisienten for et senere år, som antas å være et likevektsår uten lag i tilpasningen, kan skrives,

$$\hat{a}_t^E = \gamma_t^E \frac{1}{\beta_E} \eta_E \left[b_{EE} + b_{EF} \left[\frac{p^F_t}{p^E_t}\right]^{1/2} \right] . \tag{1.12}$$

Siden vi vanligvis predikerer for et år med gjennomsnittstemperatur er $\gamma_t^E = 1$, reduseres (1.13) til

$$\hat{a}_t^E = \frac{\eta_E}{\beta_E}\left[b_{EE} + b_{EF}\left[\frac{p_t^F}{p_t^E}\right]^{1/2}\right] . \tag{1.13}$$

Skal vi nå ta hensyn til lagstrukturen må vi for alle år sette

$$\gamma^E(NY) = \frac{\gamma^E(TEMPERATUR)}{\beta_E} ,$$

$$\gamma^F(NY) = \frac{\gamma^F(TEMPERATUR)}{\beta_F} . \tag{1.14}$$

der γ^i (TEMPERATUR) er selve temperaturkorrigeringskoeffisienten, mens γ^i er MSG's koeffisient som nå inkluderer begge effekter. I praksis vil dette si at γ^i i basisåret inneholder både korreksjon for lag og temperatur, mens den i senere år kun representerer korrekson for lag i basisåret. MSG parametrene η_E og η_F representerer avviket i basisåret mellom den predikerte og den faktiske temperaturkorrigerte inputkoeffisienten for modellen med treghet i tilpasningen for henholdsvis elektrisitet og brensel.

Tabell 1.1. Korreksjonsfaktorer for ulikevekt i basisåret, 1980. [1]

MSG-sektor	β_E	β_F
11	0.82493	1.19784
16	0.93473	1.06604
18	1.10850	0.88433
26	0.94571	1.10962
27	0.92549	1.07350
28	0.93755	1.11257
31	0.98098	1.03722
34	0.94928	1.04490
37	0.97307	0.02137
43	0.99615	1.07104
45	0.72978	1.43408
50	0.98177	0.03156
74	0.98177	1.03156
79	0.93584	1.10685
84	0.84898	1.60893

[1] Det er ingen temperaturkorrigering for industrisektorene. jfr. vedlegg A.

1.3 En produktfunksjon med faste faktorer

Temperaturkorreksjonen medfører problemer ved tolkningen av produktfunksjonen og den duale kostnadsfunksjonen. Hvis teknologien for produksjon av samlet energi x^U er homogen, slik det antas i MSG, så skulle en vente at λ_t^E og λ_t^F var like i et hvert år: en økning i etterspørselen etter elektrisitet og olje på grunn av en unormal kald vinter skulle ikke, ved kostnadsminimering, medføre noen endring i forholdet x^E/x^F.

Det at korreksjonsparametrene λ^E og λ^F ikke er like kan skyldes at teknologien, i hvert fall på kort sikt, ikke er homogen. Enhver sektor har på et gitt tids- punkt en kapitalbeholdning som i større eller mindre grad er bundet til bruk av enten elektrisitet eller olje, og ved økt produksjon vil kapitalen, i tillegg til priser på elektrisitet og olje, være avgjørende for hvilken energiform som etterspørres. Dette kan formelt representeres ved produktfunksjonen

$$x^U = f(x^E, x^F; K) \ , \tag{1.15}$$

der K representerer (en vektor av) maskiner, kjeler, osv., som må til for å produsere energien. Produktfunksjonen f antas å være homogen i x^E, x^F og K. I denne forklaringen treker vi således (deler av) kapitalbeholdningen inn i representasjonen av teknologiens nedre trinn, mens dette trinnet i MSG kun avhenger av elektrisitet og brensel.

På kort sikt minimeres de variable kostnadene

$$V(x^U, p^E, p^F, K) = \min_{x^E, x^F} \{ p^E x^E + p^F x^F \mid \text{gitt } (1.15) \} \ . \tag{1.16}$$

På lengre sikt tilpasses også kapitalbeholdningen, og vi vil anta at den til enhver tid er tilpasset til produksjonsnivået ved en gjennomsnittstemperatur

$$K = K(\bar{x}^U, p^E, p^F, p^K) \ , \tag{1.17}$$

hvor p^K er en vektor av priser på kapitaltjenester. (Vektoren) K er lineær homogen i $\bar{x}^U$.[3] Den kortsiktige kostnadsfunksjonen kan således skrives

$$V(x^U, p^E, p^F, K) = \bar{x}^U \, V\left(\frac{x^U}{\bar{x}^U}, p^E, p^F, \frac{K}{\bar{x}^U}(1, p^E, p^F, p^K)\right) \ . \tag{1.18}$$

Fra (1.18) og Shephard's lemma får vi de kortsiktige etterspørselslikningene

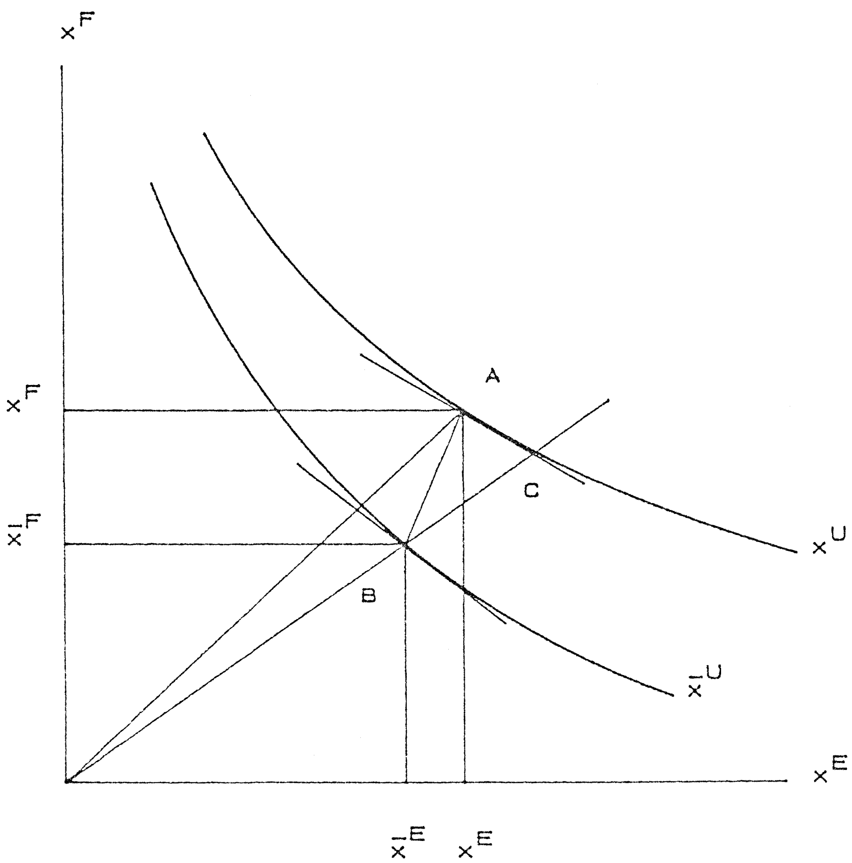
$$x^E = \frac{\partial V}{\partial p^E} = \bar{x}^U a^E\left(\frac{x^U}{\bar{x}^U}, p^E, p^F, K\right) \ , \tag{1.19}$$

$$x^F = \frac{\partial V}{\partial p^F} = \bar{x}^U a^F\left(\frac{x^U}{\bar{x}^U}, p^E, p^F, K\right) . \qquad (1.20)$$

En økning i x^U vil ikke føre til en proporsjonal endring i x^E og x^F, og vi kan tolke λ^E og λ^F som en første ordens tilnærmelse til den kortsiktige teknologiens grad av ikke-homogenitet, d.v.s. som mål for $\partial x^E/\partial x^U$ og $\partial x^F/\partial x^U$.

Vår forklaring kan illustreres ved figur 1.1, som viser $\bar{x}^U$ for et år med normaltemperatur og x^U for et år med temperatur under det normale. I begge tilfelle representerer isokvantene samme grad av f.eks. oppvarming, den må bare oppnås med ulike mengder av inputs.

Figur 1.1 Temperaturkorrigering.



Ved lav temperatur produserer vi ved A på x^U isokvanten, og benytter x^E enheter elektrisitet og x^F enheter brensel. I et temperaturmessig normalår ville vi ha produsert ved B på $\bar{x}^U$ isokvanten og benyttet $\bar{x}^E$ enheter elektrisitet og $\bar{x}^F$ enheter brensel. De relative priser antas å være de samme slik at helningen til isokvantene i A og i B er de samme. Hadde teknologien vært homogen ville A ha ligget på forlengelsen av linjen fra origo til B. Temperaturkorrigeringsfaktorene λ_E og λ_F blir et mål for avstanden og retningen på segmentet AB.

2. KONSUM

Etterspørselsfunksjonene for konsumaktivitetene 12 "elektrisitet" og 13 "brensel" er i MSG.4E beskrevet ved de statiske (S) ligningene

$$C_i^S = \beta_{ci}\, \gamma_{ci}\, N_c\, \alpha_{ci}\, (\theta_c\, V_{cB})^{\xi_{ci}} \prod_j p_{cj}^{\varkappa_{cij}} + F_{ci}\, C_{70}\,, \quad i=12,13, \qquad (2.1)$$

der de to første leddene β_{ci} og γ_{ci} ikke er med i dokumentasjonsnotatet IN 81/10. Begge er eksogene variable i modellen. Variabelen γ_{ci} brukes til å temperaturkorrigere mens rollen til β_{ci} er uklar. Opprinnelig var visstnok hensikten med å innføre β_{ci} at en ønsket en handlingsparameter slik at en kunne korrigere for eventuelle tekniske endringer i husholdningenes energiforbruk. Konsumdelen er ikke estimert: basisårets Engelelastisiteter ξ_{ci} og Cournot-elastisiteter $\varkappa_{cij}$ er hentet fra ulike kilder og så er parametrene α_{ci} beregnet residualt slik at modellen går gjennom basisåret. I det følgende vil vi benytte γ_{ci} til også å korrigere for ulikevekt i basisåret.

For å korrigere for ulikevekt anvender vi resultatene fra estimatene med og uten lagget endogen høyreside variabel fra Bjerkholt og Rinde (1982) Vi antar at estimatene uten lag, som også er de som ligger inne i modellens grunnlag, beskriver de langsiktige parametrene. Vi anvender så den autoregressive koeffisienten $(1-\gamma_i) = 0.52$ (det er apriori antatt at denne er lik i begge sektorene) til å kvantifisere dynamikken i modellen. Dette innebærer at vi antar treghet i tilpassingen både til relative priser og til inntekt.

I logaritmisk form kan den autoregressive modellen skrives

$$\ln (C_i - F_{ci}C_{70}) = \gamma_i \Big[(\beta_{ci} + \ln \gamma_{ci} + \ln N_c + \ln \alpha_{ci} + \xi_{ci} \ln \theta_c V_{cB} + \sum_j \varkappa_{cij} \ln p_{cj}\Big] + (1-\gamma_i) \ln C_i(-1) \qquad (2.2)$$

[se ligning (23) i Bjerkholt og Rinde]. Parametrene tolkes som langsiktige parametre: de kortsiktige får en ved å premultiplisere med γ_i.

Den autoregressive modellen kan derfor skrives (med $F_{ci} = 0$)

$$C_i^A = \left[\beta_{ci}\, \gamma_{ci}\, N_c\, \alpha_{ci}\, (\theta_c\, V_{cB})^{\xi_{ci}} \prod_j p_{cj}^{\varkappa_{cij}}\right]^{\gamma_i} \left[C_i(-1)\right]^{1-\gamma_i} . \qquad (2.3)$$

Ligning (2.3) og ikke ligning (2.1) skulle beskrive "fitted value" i basisåret. Lar vi C_i representere det faktiske konsum i år t, så kan vi sette opp følgende identitet:

$$C_i \equiv C_i^S \frac{C_i^A}{C_i^S} \frac{C_i}{C_i^A}, \tag{2.4}$$

der det første leddet, C_i^S, er det predikerte konsum fra den statiske modellen, C_i^A/C_i^S er avviket mellom prediksjonene fra den autoregressive og den statiske modellen, mens C_i/C_i^A representerer det stokastiske restleddet i den autoregressive (og antatt sanne) modellen.

Så langt er opplegget identisk med det vi har utviklet for produksjonssektorene. Men for konsumetterspørselen kjenner vi, som nevnt, ikke konstantleddene α_{ci}, i = 12, 13. Vi får et estimat på dette ved å tvinge den autoregressive modellen gjennom basisårets verdier[1], dvs. vi definerer α_{ci} ved

$$\alpha_{ci} = C_i^{\frac{1}{\gamma_i}} \left[\beta_{ci}\ \gamma_{ci}\ N_c\ (\theta_c\ V_{cB})^{\xi_{ci}}\ \pi_j\ p_{cj}^{\varkappa_{cij}} \right]^{-1} \left[C_i(-1) \right]^{1-\frac{1}{\gamma_i}}. \tag{2.5}$$

Dette innebærer at $C_i^A = C_i$, og at restleddet i (2.4) blir én i basisåret. Dette konstantleddet brukes også i den statiske modellen. Setter vi så

$$\gamma_{ci} = \frac{C_i^A}{C_i^S} = \frac{C_i}{C_i^S}, \tag{2.6}$$

så vil dette leddet representere "ulikevekt" i basisåret: dvs. det avvik i basisåret som skyldes treghet i tilpasningen. Dette avviket beregnes ved å tallfeste γ_{ci} slik at den statiske modellen går gjennom basisåret (α_{ci} beholder den verdi den fikk på grunnlag av den autoregressive modellen).

I et senere år settes så γ_{ci}, i=12,13, lik én. Vi har da oppnådd å tilpasse modellen i basisåret til den ulikevekt som måtte være i basisåret ifølge den dynamiske modellen. På lang sikt kan vi bruke den statiske modellen med konstantledd beregnet fra den dynamiske modellen, siden vi kun er interessert i de langsiktige egenskapene, og siden den statiske og den dynamiske modellen har samme likevektsløsning.

Det kreves observasjoner for C(-1) i løpende verdier og prisindeks for C(-1) for å kunne utføre korreksjonene.

Vedlegg A

PROGRAM FOR BEREGNING AV KORREKSJON FOR LAG I BASISÅRET. PRODUKSJONSSEKTORER.

```
NYBYE_LIKEVEKT -

&COMMENT Macroen beregner beta-koeffisienter. Det er korrigeringsfaktorer i
         etterspørselsfunksjonene for produksjossektorene på nedre trinn i
         msg.Korrigeringene gjøres om det er betydelig ulikevekt i energi-
         markedet i modellens basisår, jfr. notatet "Korrigeringer av msg-
         beregninger for lag i basisåret". Programet ble benyttet i 1980-
         versjonen av modellen da det ble antatt betydelig ulikevekt i dette
         året. Dette programmet er imidlertid oppdatert til å gjelde 1983-
         versjonen                                                    &END

&COMMENT Grunnlaget for beregning av lageffekter finnes i rapporter 84/2.
         "Energisubstitusjon i næringssektorene i en makromodell." I denne
         rapportens tabell 5 og tabell 14 er resultater fra estimering av
         funksjoner med lag presentert. Lagfaktoren er k3. For sektoren 34 er
         k3 negativ, dvs langtidseffektene mindre enn korttidseffektene. Dette
         kan ikke aksepteres, så for denne sektoren korrigeres ikke for lag i
         basisåret. Programmet følger ny sektorinndeling i msg, dvs for sektor
         14 har vi valgt k3 fra sektor 16 (k3 for sektor 17 hadde galt fortegn)
         og for sektor 85 har vi valgt k3 fra sektor 84 (den dominerende
         sektor). Samme lag antas i kommunale og statlige sektorer    &END

DORANGE 1 TO 1;

DOCORE K311 = 0.495;
DOCORE K314 = 0.674;
DOCORE K318 = 0.153;
DOCORE K326 = 0.394;
DOCORE K327 = 0.690;
DOCORE K328 = 0.534;
DOCORE K331 = 0.852;
DOCORE K337 = 0.955;
DOCORE K343 = 0.437;
DOCORE K345 = 0.403;
DOCORE K350 = 0.789;
DOCORE K355 = 0.543;
DOCORE K374 = 0.514;
DOCORE K385 = 0.584;
DOCORE K392S= 0.165;
DOCORE K393S= 0.616;
DOCORE K393K= 0.616;
DOCORE K394S= 0.278;
DOCORE K394K= 0.278;
DOCORE K395S= 0.390;
DOCORE K395K= 0.390;

DO SETCIF(LCOMBINE(<11>,<14>,<18>,<26>,<27>,<28>,<31>,<37>,<43>,
                   <45>,<50>,<55>,<74>,<85>,<92S>,<93S>,<93K>,<94S>,
                   <94K>,<95S>,<95K>,<*>),1);

&COMMENT Vi trenger prisdata for elektrisitet og olje. Disse hentes fra data-
         banken aardat.                                               &END
```

```
ACCESS AARDAT PA MKM;
SEARCH AARDAT_DATA_AARNR_S;

&COMMENT  Vi trenger de "gamle" gammaene i MSG for å beregne nye. Se ligning
          1.14 i refererte notat. Her benyttes 1983-versjonen. Gammaene er
          variable som er forskjellig fra 1 i basisåret og lik 1 i alle andre
          år. Alle årene må korrigeres.                                  &END

ACCESS MSG4E PA EOF;
SEARCH MSG4E_CONST_MSG83;
SEARCH MSG4E_DATA_MSG83;
BINDVAL CONST MSG.4E;

&SET &IFARG(1) = 1 &END
&LET &1 = &CIFARG(&IFARG(1))  &END

&COMMENT Løkke over sektorer starter &END
&START1:
DORANGE;DORANGE 1 TO 1;

&COMMENT  Alphaene i sumuttrykket i formel 1.9 beregnes. Summene over alle
          alphaene skal pr. forutsetning være lik 1                      &END

DOCORE ALPHA0 = (K3&1**0*(1-K3&1)) / (1-K3&1**5) ;
DOCORE ALPHA1 = (K3&1**1*(1-K3&1)) / (1-K3&1**5) ;
DOCORE ALPHA2 = (K3&1**2*(1-K3&1)) / (1-K3&1**5) ;
DOCORE ALPHA3 = (K3&1**3*(1-K3&1)) / (1-K3&1**5) ;
DOCORE ALPHA4 = (K3&1**4*(1-K3&1)) / (1-K3&1**5) ;

&COMMENT  Utviklingen i prisforholdet mellom olje og elektrisitet de siste fem
          årene veies sammen ved hjelp av alphaene. Fem år er valgt ut fra
          antakelse om at effektene etter fem år er neglisjerbare        &END

DOCORE ALPHAE =  ALPHA0*VALUE(PF&1,1983)/VALUE(PE&1,1983) +
                 ALPHA1*VALUE(PF&1,1982)/VALUE(PE&1,1982) +
                 ALPHA2*VALUE(PF&1,1981)/VALUE(PE&1,1981) +
                 ALPHA3*VALUE(PF&1,1980)/VALUE(PE&1,1980) +
                 ALPHA4*VALUE(PF&1,1979)/VALUE(PE&1,1979) ;

DOCORE ALPHAF =  ALPHA0*VALUE(PE&1,1983)/VALUE(PF&1,1983) +
                 ALPHA1*VALUE(PE&1,1982)/VALUE(PF&1,1982) +
                 ALPHA2*VALUE(PE&1,1981)/VALUE(PF&1,1981) +
                 ALPHA3*VALUE(PE&1,1980)/VALUE(PF&1,1980) +
                 ALPHA4*VALUE(PE&1,1979)/VALUE(PF&1,1979) ;

&SETC &3 = ALPHAE &END
&SETC &4 = ALPHAF &END

&COMMENT De fulle ligningene 1.9 beregnes    &END
DOCORE BETAE&1 = (BEE&1'C + BEF&1'C*&3)/
                 (BEE&1'C + BEF&1'C*(VALUE(PF&1,1980)/
                                     VALUE(PE&1,1980))**.5);
DOCORE BETAF&1 = (BFF&1'C + BEF&1'C*&4)/
                 (BFF&1'C + BEF&1'C*(VALUE(PE&1,1980)/
                                     VALUE(PF&1,1980))**.5);

&COMMENT  Datafiler over de beregnede korreksjonskoeffisienter lages. Disse
          korrigeringskoeffisienter skal benyttes i ligning 1.14. Utgangspunktet
          er de gammaer som ligger i msg-modellen                        &END
```

```
DORANGE;
&IF &IFARG(1) CEQ 1
DOCORE BETA = COMBINE(BETAE&1,BETAF&1);
&IFEND
&IF &IFARG(1) CNE 1
DOCORE BETA = COMBINE(BETA,BETAE&1,BETAF&1);
&IFEND

&COMMENT  De nye gammaene for modelllens basisår beregnes. For alle beregningsår
          i modellen blir gammaene ikke lenger lik 1, men lik 1/beta.       &END


DORANGE 1 TO 1;
DOCORE IFARG(2) = VALUE(GAME&1,1983);
DOCORE IFARG(3) = VALUE(GAMF&1,1983);
DOCORE GAMEN&1 = IFARG(2)/BETAE&1;
DOCORE GAMFN&1 = IFARG(3)/BETAF&1;

DORANGE;

&COMMENT Datafiler over nye og gamle gammaer i modellens basisår lages.     &END

&IF &IFARG(1) CEQ 1
DOCORE GAMN = COMBINE(GAMEN&1,GAMFN&1);
DOCORE GAM  = COMBINE(VALUE(GAME&1,1983),VALUE(GAMF&1,1983));
&IFEND
&IF &IFARG(1) CNE 1
DOCORE  GAMN = COMBINE(GAMN,GAMEN&1,GAMFN&1);
DOCORE GAM  = COMBINE(GAM,VALUE(GAME&1,1983),VALUE(GAMF&1,1983));
&IFEND


&SET &IFARG(1) = &IFARG(1) + 1 &END
&LET &1 = &CIFARG(&IFARG(1))   &END
&IF &1 CNE *
&GOTO &START1
&IFEND

&PRINT:
DOCORE BETA    = NEWPER(BETA,2,1,1);
DOCORE GAMN    = NEWPER(GAMN,2,1,1);
DOCORE GAM     = NEWPER(GAM ,2,1,1);
DOCORE BETAGAM = COMBINE(TRANSP(BETA),TRANSP(GAMN),TRANSP(GAM));
DOCORE BETAGAM = TRANSP(BETAGAM);


DO OPRTFORM(<P,/,2(A80,/,),/,41X,A11,9X,A13,/,A10,10X,6A10,//>,0,
          LCOMBINE(<KORREKSJON AV MSG-BEREGNINGER FOR LAG I BASISåRET>,
                   <JFR. LIGNINGENE 1.9 OG 1.14 I NOTAT MED SAMME NAVN>,
                   <NYE GAMMAER>,<GAMLE GAMMAER>,
                   <MSG-SEKTOR>,<BETAE>,<BETAF>,<GAME>,<GAMF>,
                                                 <GAME>,<GAMF>),
           <(A15,6F10.3,/)>,BETAGAM,
         (LCOMBINE(<11>,<14>,<18>,<26>,<27>,<28>,<31>,<37>,<43>,
                   <45>,<50>,<55>,<74>,<85>,<92S>,<93S>,<93K>,<94S>,
                   <94K>,<95S>,<95K>)));
```

FOTNOTER:

1. Produksjon

1) En mulighet hadde vært å estimere (1.6) uten η, men med γ og en temperaturavviksvariabel på høyre side, for bedre å fjerne denne effekten.

2) Vil samme funksjon f gjelde for forholdet mellom x_U, og x_E og x_F, d.v.s. de ukorrigerte størrelser?

3) Argumentet er vel ikke vanntett; vi burde ha tatt med det øvre trinnet og kapitalprisen. K bør vel mest tolkes som parametre. Om det kan gjøres vanntett vet vi ikke, men det får frem en rimelig forklaring på ulik λ^E og λ^F.

2. Konsum

1) Alternativt kunne vi ha benyttet α_{ci} på grunnlag av et gjennomsnitt over flere år.

IV. PRISELASTISITETER I MSG-4E

INNLEDNING

Ved oppdatering av MSG-modellen til nytt basisår er det stadige forespørsler om hvilke elastisiteter som ligger inne i modellen. Dette notatet tar utgangspunkt i en GL-kostnadsfunksjon der muligheter for teknisk endring og en skalaelastisitet er tilstede. Deretter gis formlene for direkte priselastisiteter og krysspriselastisiteter for innsatsfaktorene elektrisitet og olje, og energi, arbeidskraft, kapital og annen vareinnsats. Da tilpasningen på energisiden foregår i to trinn vil en for elektrisitet og olje få både brutto og nettoelastisiteter, se Longva S. og Ø. Olsen (1983), og Fuss M.A. (1977). Brutto elastisitetene sier hvordan den umiddelbare endringen i etterspørselen etter olje og elektrisitet vil bli når prisene for disse varene endrer seg, gitt at den totale etterspørselen etter energi holdes konstant. Nettoelastisitetene tar hensyn til at en prisendring på elektrisitet og olje også vil medføre at den aggregerte energiprisen vil endre seg. Dette gir igjen en endring i etterspørselen etter total energi. Priselastisitetene som presenteres for øvre trinn defineres som brutto elastisiteter, dvs. gitt produksjonsmengde. Siden MSG-modellen er en så åpen modell med betydelige innslag av eksogene anslag for de ulike etterspørselskomponentene har en i dette notatet ikke beregnet nettoelastisitetene på øvre trinn, dvs. si en har holdt effektene av en prisstigning på produktet utenfor.

1.Elastisiteter på øvre trinn i MSG

Anta at vi har en kostnadsfunksjon

$$C = (1-\gamma \ln y_{*} - \tau t) \sum_i \sum_j b_{ij} (p_i p_j)^{1/2}, \qquad i,j = M,U,L,K, \quad (1.1)$$

der C er de totale kostnader, y_* er en normalisert verdi av output, t er en trendfaktor, p_i er prisen på innsatsfaktor i og γ, τ og b_{ij} er koeffisienter. Siden det i modellen er forutsatt pari passu og nøytral teknisk endring vil det i det følgende bare bli operert med enhetskostnadsfunksjonen

$$c = \sum_i \sum_j b_{ij} (p_i p_j)^{1/2}, \qquad i,j = M,U,L,K. \quad (1.2)$$

Ifølge Shephard's lemma er etterspørselfunksjonene etter innsatsfaktorer pr. produsert enhet lik

$$x_i = \frac{\partial c}{\partial p_i} = \sum_j b_{ij}\, p_i^{-1/2}\, p_j^{1/2}\,, \qquad i,j = M,U,L,K, \quad (1.3)$$

og priselastisitetene

$$\varepsilon_{ij} = \left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\frac{p_j}{x_i}\right|_{y=\text{konst.}} \qquad i,j = M,U,L,K.$$

Vi kan nå skrive priselastisitetene som funsksjoner av de 1. og 2. ordens deriverte av enhetskostnadsfunksjonen, henholdsvis c_i og c_{ij},

$$\varepsilon_{ij} = \frac{c_{ij}\, p_j}{c_i}\,, \qquad i,j = M,U,L,K, \quad (1.4)$$

Vi får nå de <u>direkte</u> priselastisitetene ved

$$\varepsilon_{ii} = -\frac{1}{2}\,\frac{\sum_{j\neq i} b_{ij}p_i^{-3/2}p_j^{1/2}}{\sum_j b_{ij}p_i^{-1/2}p_j^{1/2}} = -\frac{1}{2}\,\frac{c_i - b_{ii}p_i}{c_i}\,, \qquad (1.5)$$

med alle priser lik 1 i et basisår vil de direkte priselastisitetene være

$$\varepsilon_{ii} = -\frac{1}{2}\left[1 - \frac{b_{ii}}{\sum_j b_{ij}}\right]\,, \qquad i,j = M,U,L,K. \quad (1.6)$$

På samme måte finner en <u>krysspriselastisitetene</u> ved

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\,\frac{b_{ij}p_i^{-1/2}\,p_j^{1/2}}{\sum_j b_{ij}p_i^{-1/2}p_j^{1/2}}\,, \qquad i,j = M,U,L,K, \quad (1.7)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\,\frac{b_{ij}}{\sum_j b_{ij}}\,, \qquad i,j = M,U,L,K. \quad (1.8)$$

I MSG-modellens basisår er det ikke slik at alle inputprisene er satt lik én. Derimot er prisen på investeringer satt lik én. Dette betyr at for å finne kapitalprisen må en finne $p_K = (\varrho\bar{R} + \delta)p_J$, der ϱ er den relative raten for kapitalavkastning i sektoren, $\bar{R}$ er den gjennomsnitlige raten for kapitalavkastning i industrien og δ er sektorens rate for avskrivning av kapitalen. For basisåret er imidlertid dette ferdig utregnet i grunnlaget for modellen, og p_K kan således hentes derfra. Videre er prisen på arbeidskraft heller ikke normalisert til én i basisåret, men den er satt lik lønnsatsen i de respektive sektorene, $P_L = w_L$. Denne finnes også i modellgrunnlaget. En må ta hensyn til dette ved beregning av de respektive priselastisiteter, dvs. formlene (1.5) og (1.7) nyttes.

2.Elastisiteter på nedre trinn i MSG

På samme måte som på øvre trinn i MSG har vi på nedre trinn en GL-enhetskostnadsfunksjon for total energi,

$$c^U = \sum_i \sum_j b_{ij}(p_i p_j)^{1/2} , \qquad i,j = E,F , \qquad (2.1)$$

der E og F er innsats av henholdsvis elektrisitet og olje. Hvis vi ser på elastisitetene gitt at total energiinnsats skal være konstant får vi (på nedre trinn er alle prisene lik én i basisåret),

$$\eta_{ii} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j}\frac{p_j}{x_i}\Bigg|_{U=\text{konst.}} = -\frac{1}{2}\left[1 - \frac{b_{ii}}{\sum_j b_{ij}}\right] , \qquad i,j = E,F , \qquad (2.2)$$

som er brutto <u>direkte</u> priselastisiteter, og

$$\eta_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j}\frac{p_j}{x_i}\Bigg|_{U=\text{konst.}} = \frac{1}{2}\frac{b_{ij}}{\sum_j b_{ij}} , \qquad i,j = E,F , \qquad (2.3)$$

som er brutto <u>kryss</u>priselastisiteter. Når prisen på elektrisitet og/eller olje endrer seg vil prisen på aggregatet total energi også endre seg. Effektene på total energi vil være beskrevet gjennom de direkte priselastisiteter for denne innsatsfaktoren i øvre blokk i modellen. Netto priselastisitetene for elektrisitet og olje vil dermed bli

$$\varepsilon_{ij} = \eta_{ij} + \varepsilon_{UU} \frac{\partial c^U}{\partial p_j} \frac{p_j}{c^U} , \qquad i,j = E,F , \qquad (2.4)$$

d.v.s. summen av bruttoelastisiteten og produktet av den direkte priselastisiteten og elastisiteten av enhetskostnaden for energi med hensyn på en av energivareprisene (dvs prisendringen for energi). Dette gir videre

$$\varepsilon_{ij} = \eta_{ij} + \varepsilon_{UU} \frac{x_j p_j}{c^U} = \eta_{ij} + \varepsilon_{UU} s_j \qquad i,j = E,F , \qquad (2.5)$$

der s_j er innsatsfaktor j's kostnadsandel innenfor energiaggregatet. Siden prisene er satt lik 1 i modellens basisår får vi,

$$\varepsilon_{ij} = \eta_{ij} + \varepsilon_{UU} \frac{x_j}{x_i + x_j} = \eta_{ij} + \varepsilon_{UU} a_{Uj} , \qquad i,j = E,F , \qquad 2.6)$$

der a_{Uj} er innsatsfaktor j's volumandel i energiaggregatet.

3. Beregning av elastisitetene

For å beregne disse elastisitetene og for å kunne være istand til å presentere dem fra hvilken som helst modellversjon har vi utviklet et program i TROLL. I dette programmet er det lagt inn aksess til nåværende konstantfil og basisårets dataer i grunnlaget for modellen. Programmet gir en tabell over elastisiteter i alle produksjonssektorene i MSG der det eksisterer kostnadsfunksjoner. Programmet ligger på TROLL-maskin "SSB2" under hovedarkivet "NYBYE". Navnet på programmet er "ELASTICI". I vedlegg A er programmet gjengitt. Tabellene 1 og 2 i vedlegg B viser elastisitetene i 1983-versjonen av modellen.

PROGRAM FOR BEREGNING AV ELASTISITETER

```
NYBYE_ELASTICI -

&COMMENT  På  grunnlag  av  konstantfilen  i msg.4e beregnes her alle pris-
          elastisiteter  i modellenes basisaar. Programmet krever access og
          search  til  konstantfilen på maskin MSG4E versjon MSG83 samt til
          grunnlaget for modellen på maskin MODDATA                    &END

&ignore &2"hvilket år skal beregnes,to siste siffer" &end
ACCESS MSG4E   PA EOF;
ACCESS MODDATA PA IHO;
SEARCH MSG4E_CONST_MSG&2;
SEARCH MODDATA_DATA_MODELL&2;
BINDVAL CONST MSG.4E;

DO SETCIF(LCOMBINE(<11>,<12>,<13>,<14>,<18>,<26>,<27>,<28>,<31>,
                   <34>,<37>,<40>,<43>,<45>,<50>,<55>,<74>,<81>,
                   <82>,<83>,<85>,<92s>,<93s>,<94s>,<95s>,<*>),1);

&COMMENT Løkke over sektorer starter    &END
&FOR &IFARG(1) = 1 UNTIL 25
&SETC &1 = &CIFARG(&IFARG(1)) &END
&SETC &3 = &KEEPL 2 &1 &END
DORANGE;
DORANGE 19&2 TO 19&2;

DOCORE CE  =  BEE&1'C + BEF&1'C;
DOCORE CF  =  BFF&1'C + BEF&1'C;


&COMMENT Offentlige sektorer har funksjoner bare på nedre trinn  &END
&IF &3 LT 90

&COMMENT  Siden PK og PL ikke er lik en i basisåret må dette tas hensyn til
          i beregning av elastisitetene. Første og annenordens deriverte av
          enhetskostnadsfunksjonen beregnes                            &END

DOCORE PL = PL&1;
DOCORE PK = PK&1;

DOCORE CM  =  CMM&1'C +  CMU&1'C + CML&1'C*PL**.5 + CMK&1'C*PK**.5;
DOCORE CU  =  CUU&1'C +  CMU&1'C + CUL&1'C*PL**.5 + CUK&1'C*PK**.5;

DOCORE CL  =  CLL&1'C + (CML&1'C + CUL&1'C + CLK&1'C*PK**.5)/PL**.5;
DOCORE CK  =  CKK&1'C + (CMK&1'C + CUK&1'C + CLK&1'C*PL**.5)/PK**.5;


DOCORE CMM = -.5*(CMU&1'C + CML&1'C*PL**.5 + CMK&1'C*PK**.5);
DOCORE CUU = -.5*(CMU&1'C + CUL&1'C*PL**.5 + CUK&1'C*PK**.5);
DOCORE CLL = -.5*(CML&1'C + CUL&1'C        + CUK&1'C*PK**.5)/PL**1.5;
DOCORE CKK = -.5*(CMK&1'C + CUK&1'C        + CLK&1'C*PL**.5)/PK**1.5;

DOCORE CMU =  .5*CMU&1'C;
DOCORE CML =  .5*CML&1'C/PL**.5;
DOCORE CMK =  .5*CMK&1'C/PK**.5;
```

```
DOCORE CUL =  .5*CUL&1'C/PL**.5;
DOCORE CUK =  .5*CUK&1'C/PK**.5;

DOCORE CLK =  .5*CLK&1'C/(PL*PK)**.5;


&COMMENT Elastisitetene beregnes  &END

DOCORE EPSMM = CMM/CM;
DOCORE EPSMU = CMU/CM;
DOCORE EPSML = CML*PL/CM;
DOCORE EPSMK = CMK*PK/CM;

DOCORE EPSUU = CUU/CU;
DOCORE EPSUM = CMU/CU;
DOCORE EPSUL = CUL*PL/CU;
DOCORE EPSUK = CUK*PK/CU;

DOCORE EPSLL = CLL*PL/CL;
DOCORE EPSLM = CML/CL;
DOCORE EPSLU = CUL/CL;
DOCORE EPSLK = CLK*PK/CL;

DOCORE EPSKK = CKK*PK/CK;
DOCORE EPSKM = CMK/CK;
DOCORE EPSKU = CUK/CK;
DOCORE EPSKL = CLK*PL/CK;

&IFEND

DOCORE EPSEE    = -.5*(1-BEE&1'C/MAX(CE,0.0000001));
DOCORE EPSFF    = -.5*(1-BFF&1'C/MAX(CF,0.0000001));

DOCORE EPSEF    =  .5*(BEF&1'C/MAX(CE,0.0000001));
DOCORE EPSFE    =  .5*(BEF&1'C/MAX(CF,0.0000001));

&IF &3 GT 90
DOCORE EPSEEN   =   0;
DOCORE EPSFFN   =   0;
DOCORE EPSEFN   =   0;
DOCORE EPSFEN   =   0;
&GOTO &LOOP
&IFEND

DOCORE EPSEEN   =   EPSEE + EPSUU*(VALUE((E&1/(E&1+F&1)),19&2));
DOCORE EPSFFN   =   EPSFF + EPSUU*(VALUE((F&1/(E&1+F&1)),19&2));

DOCORE EPSEFN   =   EPSEF + EPSUU*(VALUE((F&1/(E&1+F&1)),19&2));
DOCORE EPSFEN   =   EPSFE + EPSUU*(VALUE((E&1/(E&1+F&1)),19&2));

&LOOP:
DORANGE;
DOCORE EPS&1 = COMBINE(EPSMM,EPSUU,EPSLL,EPSKK,EPSMU,EPSUM,
                       EPSML,EPSLM,EPSMK,EPSKM,EPSUL,EPSLU,
                       EPSUK,EPSKU,EPSLK,EPSKL);


DOCORE EPSE&1 = COMBINE(EPSEE, EPSEF, EPSFE, EPSFF,
                        EPSEEN,EPSEFN,EPSFEN,EPSFFN);
```

```
&FOREND

DOCORE EPS = COLCOMB(EPS11,EPS12,EPS13,EPS14,EPS18,EPS26,EPS27,
                     EPS28,EPS31,EPS34,EPS37,EPS40,EPS43,EPS45,EPS50,
                     EPS55,EPS74,EPS81,EPS82,EPS83,EPS85);

DOCORE EPSE = COLCOMB(EPSE11,EPSE12,EPSE13,EPSE14,EPSE18,EPSE26,
                      EPSE27,EPSE28,EPSE31,EPSE34,EPSE37,EPSE40,EPSE43,
                      EPSE45,EPSE50,EPSE55,EPSE74,EPSE81,EPSE82,EPSE83,
                      EPSE85,EPSE92s,EPSE93s,EPSE94s,EPSE95s);

DO OPRTFORM(<P,/,A44,A55,//,16X,11A9,//>,0,
        LCOMBINE(<DIRECT AND CROSS PRICE ELASTICITIES BETWEEN>,
                 <MATERIALS ENERGY, LABOR AND CAPITAL IN MSG.4E,19&2 >,
                                        <11>,<12>,<13>,<14>,<18>,
                                        <26>,<27>,<28>,<31>,<34>,<37>),
            <A10,11F9.3,/,>,SUBMAT(EPS,0,SEQ(1,11)),
                                  LCOMBINE(<EMM>,<EUU>,<ELL>,<EKK>,<EMU>,
                                           <EUM>,<EML>,<ELM>,<EMK>,<EKM>,
                                           <EUL>,<ELU>,<EUK>,<EKU>,<ELK>,
                                           <EKL>));

DO OPRTFORM(<P,/,A44,A55,//,16X,10A9,//>,0,
        LCOMBINE(<DIRECT AND CROSS PRICE ELASTICITIES BETWEEN>,
                 <MATERIALS ENERGY, LABOR AND CAPITAL IN MSG.4E,19&2 >,
                                       <40>,<43>,<45>,<50>,<55>,<74>,
                                       <81>,<82>,<83>,<85>),
            <A10,10F9.3,/,>,SUBMAT(EPS,0,SEQ(12,21)),
                                  LCOMBINE(<EMM>,<EUU>,<ELL>,<EKK>,<EMU>,
                                           <EUM>,<EML>,<ELM>,<EMK>,<EKM>,
                                           <EUL>,<ELU>,<EUK>,<EKU>,<ELK>,
                                           <EKL>));

DO OPRTFORM(<P,/,A52,A55,//,15X,13A8,//>,0,
       LCOMBINE(<DIRECT AND CROSS PRICE ELASTICITIES BETWEEN OIL AND>,
                <ELECTRICITY IN MSG.4E. NET AND GROSS ELASTICITIES.19&2>,
                                     <11>,<12>,<13>,<14>,<18>,<26>,
                                     <27>,<28>,<31>,<34>,<37>,<40>,<43>),
            <A10,13F8.3,/,>,SUBMAT(EPSE,0,SEQ(1,13)),
                                   LCOMBINE(<EEE>,<EEF>,<EFE>,<EFF>,
                                            <EEEN>,<EEFN>,<EFEN>,<EFFN>));

DO OPRTFORM(<P,/,A52,A55,//,15X,12A8,//>,0,
       LCOMBINE(<DIRECT AND CROSS PRICE ELASTICITIES BETWEEN OIL AND>,
                <ELECTRICITY IN MSG.4E. NET AND GROSS ELASTICITIES.19&2>,
                                     <45>,<50>,<55>,<74>,<81>,<82>,<83>,
                                     <85>,<92s>,<93s>,<94s>,<95s>),
            <A10,12F8.3,/,>,SUBMAT(EPSE,0,SEQ(14,25)),
                                   LCOMBINE(<EEE>,<EEF>,<EFE>,<EFF>,
                                            <EEEN>,<EEFN>,<EFEN>,<EFFN>));
```

V E D L E G G

Table 1
Direct and cross price elasticities between materials, energy, labor and capital in msg.4e, 1983

	11	12	13	16	17	18	26	27	28	31	34	37
ε_{MM}	-0.057	-0.048	-0.088	-0.102	-0.140	-0.328	-0.344	-0.402	-0.032	-0.750	-0.104	-0.50
ε_{UU}	0.000	0.000	0.000	-0.335	-0.145	-0.174	-1.364	-0.693	-0.627	-0.093	-0.327	-0.13
ε_{LL}	0.005	0.006	0.003	-0.656	-0.151	-0.590	-1.234	-0.780	-0.003	-0.854	-0.471	-1.24
ε_{KK}	-0.399	-0.424	-0.376	-0.292	-0.675	0.014	-0.407	-0.342	-0.106	-0.242	-0.848	-0.69
ε_{MU}	0.000	0.000	0.000	0.008	0.017	-0.003	0.012	0.038	0.009	0.092	-0.026	0.02
ε_{UM}	0.000	0.000	0.000	0.351	0.245	-0.093	0.589	0.475	0.603	0.150	-0.213	0.06
ε_{ML}	-0.023	-0.033	-0.025	0.105	0.090	0.331	0.379	0.351	0.003	0.772	0.122	0.32
ε_{LM}	-0.005	-0.006	-0.003	0.647	0.136	0.578	1.197	0.701	0.003	0.868	0.354	1.09
ε_{MK}	0.080	0.081	0.112	-0.012	0.033	0.001	-0.047	0.013	0.020	-0.114	0.008	0.15
ε_{KM}	0.009	0.007	0.007	-0.154	0.187	0.018	-0.346	0.082	0.105	-0.190	0.051	0.56
ε_{UL}	0.000	0.000	0.000	0.087	0.231	0.161	0.509	0.597	-0.001	-0.006	0.251	0.16
ε_{LU}	0.000	0.000	0.000	0.013	0.025	0.010	0.032	0.094	-0.000	-0.004	0.089	0.18
ε_{UK}	0.000	0.000	0.000	-0.103	-0.332	0.107	0.266	-0.378	0.025	-0.051	0.289	-0.09
ε_{KU}	0.000	0.000	0.000	-0.033	-0.133	0.059	0.040	-0.185	0.002	-0.052	0.239	-0.12
ε_{LK}	0.758	0.968	0.677	0.223	0.166	-0.010	0.306	0.144	-0.000	0.327	0.240	0.23
ε_{KL}	0.390	0.417	0.369	0.479	0.621	-0.091	0.713	0.445	-0.001	0.484	0.558	0.25

Table 1, continue
Direct and cross price elasticities between materials, energy, labor and capital in msg.4e, 1983

	40	43	45	50	55	74	79	81	82	83	84
ε_{MM}	-0.000	-0.039	-0.247	-0.322	-0.399	-0.404	-0.536	-0.527	-0.016	-0.145	-0.059
ε_{UU}	-0.000	-0.829	-0.293	-0.449	0.000	-0.433	-2.355	-1.045	0.000	0.000	-0.831
ε_{LL}	0.000	-0.260	-0.373	-0.444	-0.905	-0.406	-0.313	-0.465	-0.045	-0.990	-0.162
ε_{KK}	-0.000	-0.345	-0.498	-0.623	-0.664	-0.099	-0.505	-0.411	-0.651	-0.022	-0.230
ε_{MU}	0.000	0.055	0.010	-0.001	0.000	-0.042	0.004	-0.002	0.000	0.000	0.007
ε_{UM}	0.000	0.364	0.359	-0.068	0.000	-0.219	0.729	-0.062	0.000	0.000	0.074
ε_{ML}	0.000	-0.006	0.261	0.335	0.435	0.632	0.514	0.582	0.029	0.079	0.129
ε_{LM}	0.000	-0.020	0.371	0.439	0.905	0.350	0.311	0.433	0.045	0.990	0.090
ε_{MK}	0.000	-0.009	-0.024	-0.012	-0.036	-0.186	0.017	-0.053	-0.013	0.066	-0.078
ε_{KM}	0.000	-0.051	-0.154	-0.064	-0.553	-0.223	0.258	-0.200	-0.112	0.019	-0.169
ε_{UL}	0.000	0.638	0.089	0.046	0.000	0.466	0.369	1.390	0.000	0.000	1.099
ε_{LU}	0.000	0.302	0.004	0.001	0.000	0.050	0.001	0.034	0.000	0.000	0.077
ε_{UK}	0.000	-0.173	-0.155	0.471	0.000	0.186	1.256	-0.283	0.000	0.000	-0.342
ε_{KU}	0.000	-0.139	-0.027	0.054	0.000	0.043	0.100	-0.035	0.000	0.000	-0.075
ε_{LK}	0.000	0.314	0.153	0.155	0.166	0.129	0.006	0.127	0.140	0.115	0.152
ε_{KL}	0.000	0.535	0.679	0.634	1.217	0.279	0.147	0.646	0.764	0.003	0.474

Table 2
Direct and cross price elasticities between oil and electricity in msg.4e. Net and gross elasticities.1983

	11	12	13	16	17	18	26	27	28	31	34	37	40	43
η_{EE}	-0.487	-0.500	0.000	-0.425	-0.476	-0.350	-0.393	-0.317	-0.614	-0.005	-0.255	0.000	0.000	0.000
η_{EF}	0.487	0.000	0.000	0.425	0.476	0.350	0.393	0.317	0.614	0.005	0.255	0.000	0.000	0.000
η_{FE}	0.331	0.000	0.000	0.236	0.464	0.357	0.562	0.118	1.042	0.004	0.234	0.000	0.000	0.000
η_{FF}	-0.331	0.000	0.000	-0.236	-0.464	-0.357	-0.562	-0.118	-1.042	-0.004	-0.234	0.000	0.000	0.000
ε_{EE}	-0.487	-0.500	0.000	-0.555	-0.539	-0.428	-1.139	-0.537	-0.876	-0.044	-0.440	-0.070	-0.000	-0.712
ε_{EF}	0.487	0.000	0.000	0.220	0.394	0.254	-0.225	-0.157	0.248	-0.050	0.113	-0.066	0.000	-0.117
ε_{FE}	0.331	0.000	0.000	0.105	0.401	0.280	-0.184	-0.102	0.780	-0.035	0.049	-0.070	-0.000	-0.712
ε_{FF}	-0.331	0.000	0.000	-0.441	-0.546	-0.454	-1.179	-0.592	-1.408	-0.058	-0.376	-0.066	0.000	-0.117

Table 2, continue
Direct and cross price elasticities between oil and electricity in msg.4e. Net and gross elasticities.1983

	45	50	55	74	79	81	82	83	84	91	92	93	94	95
η_{EE}	-0.404	-0.359	-1.868	-0.506	-0.367	-0.500	0.000	-0.500	-0.190	-0.192	-0.745	-0.210	-0.265	-0.660
η_{EF}	0.404	0.359	1.868	0.506	0.367	0.000	0.000	0.000	0.190	0.192	0.745	0.210	0.265	0.660
η_{FE}	0.524	0.397	0.303	0.047	0.423	0.000	0.000	0.000	0.359	0.102	0.032	0.131	0.220	0.596
η_{FF}	-0.524	-0.397	-0.303	-0.047	-0.423	0.000	0.000	0.000	-0.359	-0.102	-0.032	-0.131	-0.220	-0.596
ε_{EE}	-0.544	-0.561	-1.868	-0.548	-0.515	-0.500	0.000	-0.500	-0.596	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ε_{EF}	0.251	0.112	1.868	0.115	-1.839	-1.045	0.000	0.000	-0.235	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ε_{FE}	0.384	0.195	0.303	0.005	0.275	0.000	0.000	0.000	-0.047	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ε_{FF}	-0.677	-0.644	-0.303	-0.438	-2.629	-1.045	0.000	0.000	-0.784	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Vedlegg A

RECONSTRUCTION OF A COST FUNCTION FROM THE SUBSTITUTION MATRIX

by

Petter Frenger

1. The derivation for a general cost function

Let

$$\gamma = C(p) \tag{1.1}$$

be an arbitrary unit cost function, representing the minimum cost of producing one unit of output given the n-dimensional price vector p. By Shephard's lemma the input coefficient equations are given by the gradient of C(p):

$$a(p) = \nabla C(p) \ . \tag{1.2}$$

Let H_C be the Hessian matrix of C and define E and e as a matrix and a (column) vector of ones, respectively. Further define

$$G = \hat{a}^{-1} H_C \hat{a}^{-1} \qquad \text{and} \qquad \alpha = \frac{1}{\gamma} \hat{p} a \ . \tag{1.3}$$

The symbol $\hat{a}$ indicates a diagonal matrix with the vector a on the diagonal. G is a matrix of normalized second derivatives and α is a vector of factor value shares. Since the cost function is linearly homogenous in prices, we must have

$$G \alpha = 0 \ . \tag{1.4}$$

The matrix $\Omega = [\sigma_{ij}]$ of shadow elasticities of substitution[1)] is defined by

$$\sigma_{ij} = \frac{ -\dfrac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_i^2}}{\left[\frac{\partial C}{\partial p_i}\right]^2} + 2\,\dfrac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_i \, \partial p_j}}{\frac{\partial C}{\partial p_i}\frac{\partial C}{\partial p_j}} - \dfrac{\frac{\partial^2 C}{\partial p_j^2}}{\left[\frac{\partial C}{\partial p_j}\right]^2} }{ \dfrac{1}{p_i \frac{\partial C}{\partial p_i}} + \dfrac{1}{p_j \frac{\partial C}{\partial p_j}} } \ , \qquad i,j=1,\dots,n. \tag{1.5}$$

We have, for comleteness sake, defined the diagonal elements $\sigma_{ii} = 0$, i=1,...n.

In matrix terms the SES is defined implicitly by

$$D = (\alpha e' + e\alpha') \circ \Omega \,, \tag{1.6}$$

where

$$D = \gamma \hat{\alpha} \, [-ge' + 2G - eg'] \, \hat{\alpha} \,, \tag{1.7}$$

and g is a vector consisting of the diagonal elements of G. The symbol "o" in (1.6) represents an element by element multiplication of the two matrices. Most of the following analysis will be based on the relationship between the matrices D and G, i.e. relation (1.6), to avoid the "o" operator[2].. It should be clear from the definition that the diagonal elements of D are zero.

We will now solve (1.7) w.r.t. G. This is simplified by noting that

$$\hat{\alpha}^{-1} D \, e = - \gamma \, (e\alpha' + I) \, g \,, \tag{1.8}$$

$$e' D \, e = - 2 \gamma \alpha' g \,. \tag{1.9}$$

Combining these two relationships and solving for g gives

$$g = - \frac{1}{\gamma} \, (\hat{\alpha}^{-1} D \, e - \frac{1}{2} E \, D \, e) \,. \tag{1.10}$$

And setting this into (1.7) and solving for G gives the desired expression for G in terms of the substitution matrix D

$$G = \frac{1}{2\gamma} \, (\hat{\alpha}^{-1} - E) \, D \, (\hat{\alpha}^{-1} - E) \,. \tag{1.11}$$

Combining (1.3), (1.6) and (1.11) will give an explicit expression for H_C in terms of Ω at an arbitrary point (p,a). The transformation, however, is singular since $G \alpha = 0$: we have in fact that $|\hat{\alpha}^{-1} - E| = 0$.[3] Let us define the matrix $G^o = [g^o_{ij}]$ by

$$g^o_{ij} = \begin{cases} g_{ij} & \text{if } i \neq j \,, \\ 0 & \text{if } i = j \,. \end{cases} \tag{1.12}$$

Then $G = G^o + \hat{g}$, and since $G \alpha = 0$ we can express the diagonal elements g in terms of the nondiagonal elements G^o:

$$g = - \hat{\alpha}^{-1} G^o \alpha \,. \tag{1.13}$$

Subtracting $\hat{g}$ from both sides of (1.11) and using (1.10) gives:

$$G^o = \frac{1}{2\gamma}\left[(\hat{\alpha}^{-1} - E)\, D\, (\hat{\alpha}^{-1} - E) + 2\hat{\alpha}^{-1}\, \widehat{De} - \widehat{EDe}\right] . \tag{1.14}$$

This transformation will give us a nonsingular[4] matrix G^o with zeros on the diagonal. It represents a transformation from the $\frac{1}{2}n(n-1)$ dimensional space of admissible D matrices. The matrix D is admissible if it can be derived from some underlying (concave) cost function. Admissibility will depend on the point (p,a).

2. Application to the Generalized Leontief cost function

The unit G.L. cost function[5] can be written

$$\gamma = C(p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}\, (p_i p_j)^{1/2} , \tag{2.1}$$

where $B = [b_{ij}]$ is an n x n symmetric matrix of nonnegative[6] coefficients. The factor input coefficients are given by

$$a_i(p) = \frac{\partial C(p)}{\partial p_i} = \sum_j b_{ij}\, (p_j/p_i)^{1/2} . \tag{2.2}$$

In matrix notation this becomes

$$a(p) = \hat{p}^{-1/2}\, B\, p^{1/2} . \tag{2.3}$$

The second derivatives of the unit cost function are

$$\frac{\partial^2 C}{\partial p_i \partial p_j} = \frac{1}{2} \frac{b_{ij}}{(p_i p_j)^{1/2}} , \qquad i \neq j, \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial p_i^2} = -\frac{1}{2} \sum_{j\neq i} b_{ij} \frac{p_j^{1/2}}{p_i^{3/2}} , \tag{2.5}$$

where it may be noted that the diagonal elements of B do not appear. Define the matrix B^o and the vector b by

$$\text{i)} \quad b^o_{ij} = \begin{cases} b_{ij} & \text{if} \quad i \neq j , \\ 0 & \text{if} \quad i = j , \end{cases}$$

ii) $b_i = b_{ii}$,

then trivially

$$B = B^o + \hat{b} . \tag{2.6}$$

The second derivatives of the cost function, then, depend only on the elements of B^o. Let H_C be the Hessian of the G.L. cost function (2.1) and define as in section 1 [see (1.3)]:

$$G = \hat{a}^{-1} H_C \hat{a}^{-1} . \tag{2.7}$$

The nondiagonal elements G^o are functions of B^o:

$$G^o = \hat{a}^{-1} H_C^o \hat{a}^{-1} = \frac{1}{2} \hat{a}^{-1} \hat{p}^{-\frac{1}{2}} B^o \hat{p}^{-\frac{1}{2}} \hat{a}^{-1} , \tag{2.8}$$

where H_C^o is the Hessian matrix with zeros on the diagonal. We may solve (2.8) in terms of B^o

$$B^o = 2 \hat{a} \hat{p}^{1/2} G^o \hat{p}^{1/2} \hat{a} . \tag{2.9}$$

Once the matrix B^o has been determined, we can apply (2.3) to determine the diagonal elements b:

$$b = a - \hat{p}^{-1/2} B^o p^{1/2} . \tag{2.10}$$

Let us retrace our steps. Assuming that the price vector p and the input coefficients a are given (this will be referred to as the point (p,a)), we will determine the G.L. cost function which has SES matrix Ω at (p,a). From (1.6) we determine D(p,a) and substituting this into (1.14) gives $G^o(p,a)$.[7] Given $G^o(p,a)$ we can determine B^o and b from (2.9) and (2.10) respectively, and using (2.6) gives us the complete matrix B^*, where the * has been added to emphasize that it has been derived from the given SES matrix Ω at (p,a). The G.L. function

$$C(p) = p'^{1/2} B^* p^{1/2} \tag{2.11}$$

will then have

i) input coefficient vector a at p ,

ii) SES matrix Ω at p ,

We are not free to start with an arbitrary SES matrix $\Omega(p,a)$, even assuming $\sigma_{ij} \geq 0$ and $\sigma_{ii} = 0$. We must start with an admissible[8] Ω in order to insure that the cost function will be concave at (p,a). It is a tedious task to test for the admissibility of $\Omega(p,a)$[9]. But if $\Omega(p,a)$ leads to a Generalized Leontief matrix B^o with nonnegative elements, then we know that the G.L. function is concave[10]. Alternatively if one of the elements of B^o, say b_{kl}, should be negative, then we could increase b_{kl}. This would increase σ_{kl}, σ_{kj}, and σ_{il}, i,j= 1,...,n, but would leave unaffected the SES which are not on the k'th row or the l'th column (or by symmetry k'th column or l'th row).

3. Example: a GL approximation to a CES function

Assume for example that we wish to determine the G.L. cost function which approximates a CES function with elasticity of substitution σ at (p,a). From (1.6) with

$$\Omega = \sigma (E - I) ,$$

we get

$$D = \sigma (\alpha e' + e\alpha') \circ (E - I)$$

$$= \sigma [(\alpha e' + e\alpha') - 2\hat{\alpha}] .$$

From (1.11) we get

$$G = \frac{\sigma}{2\gamma} (\hat{\alpha}^{-1} - E) [\alpha e' + e\alpha' - 2\hat{\alpha}] (\hat{\alpha}^{-1} - E)$$

$$= \frac{\sigma}{\gamma} (E - \hat{\alpha}^{-1}) ,$$

from which it follows that

$$g = \frac{\sigma}{\gamma} (e - \alpha^{-1}) = - \frac{\sigma}{\gamma} \hat{\alpha}^{-1} (e - \alpha) ,$$

and G^o [see (1.14)] becomes

$$G^o = G - \hat{g} = \frac{\sigma}{\gamma} (E - I) .$$

Setting this into (2.9) and (2.10) gives the G.L. coefficient matrix

$$B^o = 2\frac{\sigma}{\gamma}\hat{a}\,\hat{p}^{1/2}\,(E-I)\,\hat{p}^{1/2}\,\hat{a}\ ,$$

$$b = a - 2\frac{\sigma}{\gamma}\hat{a}\,(E-I)\,\hat{a}\,p\ .$$

Thus

$$b_{ij} = \frac{2\sigma}{\gamma} a_i\, a_j\, (p_i p_j)^{1/2}\ , \qquad i \neq j\ ,$$

$$b_{ii} = a_i - \sum_{j \neq i} b_{ij} \left[\frac{p_j}{p_i}\right]^{1/2}\ ,$$

or in terms of value shares, $\alpha_i = p_i a_i/\gamma$,

$$b_{ij} = 2\,\sigma\,\gamma\,\frac{\alpha_i \alpha_j}{(p_i p_j)^{1/2}}\ ,$$

$$b_{ii} = \gamma\frac{\alpha_i}{p_i} - \sum_{j \neq i} b_{ij} \left[\frac{p_j}{p_i}\right]^{1/2}\ .$$

References:

1) The SES was defined by McFadden (1963) and measures the elasticity of the factor ratio a_i/a_j w.r.t. the price ratio p_i/p_j, while total cost, (output), and all other prices remain constant.

2) We could probably restrict our analysis to the usual matrix operations if we used a higher (f.ex.n^2) dimensional space.

3) Since $|G| = \frac{1}{2\gamma} |(\hat{\alpha}^{-1} - E)| \; |D| \; |\hat{\alpha}^{-1} - E)| = 0$ and in general $|D| \neq 0$. It can probably be shown directly that $|\hat{\alpha}^{-1} - E)| = 0$, but I have done so only for n=3.

4) G^o will at least in general be nonsingular.

5) The function was introduced by Diewert (1971)

6) This restriction on the cost function implies that all the inputs are substitutes (i.e. are not complimentary). It is also a sufficient condition for the concavity of (2.1) [see Diewert (1971), p. 497]. The restriction implies that (2.1) is a second order approximation only to an arbitrary cost func-cost function where all inputs are substitutes.

7) We could also substitute into (1.11) giving us G(p,a). But using G in (2.9) gives us a matrix B^*, whose nondiagonal elements agree with B^o, but whose diagonal elements are not b (they are rather normalized second derivatives of the G.L. function).

8) The SES matrix Ω is admissible at (p,a) if it is the SES matrix of a (concave) cost function at p.

9) It can be done by testing for definitness either the matrix $\Omega(p,a)$ (subject to a linear restriction) or the derived Hessian matrix H_C.

10) See fn. 2.

Vedlegg B

KONSTRUKSJON AV BEHOLDNINGSSERIE, DEPRESIERINGSRATE OG BRUKERPRIS PÅ BIL ANVENDT I MSG-MODELLEN

av

Jon Rinde

Innledning

I konsummodellen i MSG trenger vi tall for kostnader ved bilhold. For å beregne disse kostnadene trenger vi tall for beholdningen av biler for hvert år i estimeringsperioden 1962-1978 og tall for modellens basisår. I tillegg trenger vi et uttrykk for brukerprisen ved å holde bil. Under følger en redegjørelse for hvordan disse tallseriene er laget. Tilslutt i notatet finnes en utlisting av dataene.

1. Beholdningsbegrep og depresieringsrate

Først må vi ta stilling til hvilket beholdningsbegrep som skal benyttes. I f.eks. KVARTS-modellen har en regnet beholdningen som verdien av alle biler i ett år til nybilverdi[1].

Dette beholdningsbegrepet forutsetter at bilen beholder sin tjenesteytende evne inntil den utrangeres. Under forutsetning av konstant bilbeholdning blir den tekniske depresieringsraten pr. år det inverse av gjennomsnittlig antall leveår for biler. (I dette tilfellet er dette lik 1/13 = 0.0769).

I MSG-modellen har vi benyttet markedsverdien av bilparken som beholdningsbegrep. Konsistent med dette har vi derfor også benyttet et økonomisk mål for depresiering. Tanken med å benytte markedsverdien og en økonomisk depresieringsrate er at dette skulle gi et riktigere uttrykk for kostnaden ved å holde bil. Noe av problemet ved beregning av brukerprisen i KVARTS er at denne har vist svært store svingninger og faktisk for visse perioder har blitt negativ. Dette problemet har ikke oppstått i MSG siden den økonomiske depresieringsraten er større og derfor utgjør et mer stabiliserende element i beregning av bruker-prisen.

2. Beholdning av privateide personbiler i 1978

Verdien av personbilparken kan finnes hvis vi kjenner antall biler fordelt etter alder og gjennomsnittsprisen for disse. Når det gjelder fordelingen på ulike årganger fant vi dette i publikasjonen Bil og Vei utgitt av Opplysningsrådet for Biltrafikken.

Av Opplysningsrådet for Biltrafikken fikk vi opplyst at gjennomsnittsprisen for en ny bil i 1978 var 67 000 kroner.

Som et anslag for gjennomsnittsprisen på n år gamle biler postulerer vi følgende:

$$\text{kr. } 67\,000 \cdot (0{,}8)^n \quad .$$

Det vil si at gjennomsnittsprisen for hver årgang utgjør 80 prosent av gjennomsnittsprisen på en ett år yngre årgang. Dette synes å være et rimelig bra anslag på det som skjer i markedet. Summert over alle årganger får vi at beholdningen av biler i 1978 blir: 27 704 millioner kroner (1978 kroner).

Dette gir en gjennomsnittspris pr. bil på 24 156 kroner. (Dette stemmer bra med et røft anslag gitt av Opplysningsrådet for Biltrafikk). Beholdningsantallet omfatter personbiler eid både av private konsumenter, bedrifter og det offentlige. For å få et anslag på hvor stor andel som tilhører private konsumenter har vi sammenlignet bruttoinvesteringstallene til kjøp av personbiler fra offentlig forvaltning og private bedrifter med utgiftene for private konsumenter til kjøp av personbil. I årene 1970-73 utgjorde private konsumenters kjøp av personbil ca. 70 prosent av totale utgifter til kjøp av personbil. Antar vi at depresieringsraten for personbiler eid av private er omtrent halvparten av personbiler eid av bedrifter og offentlig forvaltning skulle dette tilsi at ca. 80 prosent av kapitalbeholdningen av biler eies av private konsumenter. Vi får altså beholdningen av personbiler eid av private konsumenter i 1978 i 1978 priser ved

$$27\,704 \cdot 0{,}80 \text{ mill.kroner} = 22\,166 \text{ mill.kroner} \quad .$$

3. Brukerpris

Følgende relasjon gir uttrykk for brukerprisen på kapital

$$q_t = P_t - \frac{P_{t+1}(1-\delta)}{1+r} \approx P_t\left[r + \delta - \frac{(P_{t+1}-P_t)}{P_t}\right] \quad , \tag{3.1}$$

der r er kalkulasjonsrentesatsen. (jmf. kap. 4.8 (SØS 38)) og q_t representerer verditapet av en kapitalenhet fra periode t til t+1 neddiskontoret til tidspunkt t.

For et individ som befinner seg på tidspunkt t må P_{t+1} betraktes som en forventingsstørrelse.

Kalkulasjonsrentesatsen r vil avhenge av nominell rente og av inntekts- og formueskattesatser. Som et anslag framover har vi regnet med null real kalkulasjonsrente. Dette samsvarer bra med historiske tall[2]. I MSG-modellen. reduseres formel 1 derfor til

$$P_{C_{31t}} = P_{C_{30t}} \delta_B \quad . \tag{3.2}$$

4. Beregning av bilbeholdning og depresieringsraten

Følgende formel gir oss sammenhengen mellom beholdning og kjøp av bil

$$C_{31,t-1} = (1-\delta_B)C_{3,1-t} - C_{30t} \tag{4.1}$$

der C_{30t} står for private husholdningers kjøp av bil i år t og δ_B er depresieringsraten. Vi har estimert δ_B ved følgende formel

$$\frac{NB_t - NB_{t-1}}{NB_{t-1}} = \frac{C_{30t}}{P \cdot NB_{t-1}} - \delta_B \quad , \tag{4.2}$$

der NB står for antall personbiler i år t og P er gjennomsnittprisen på en bil i 1978. Ligningen forutsetter proporsjonalitet mellom antall biler og verdi. Settes P=24 tusen kroner, estimeres δ til ca. 0,2. Vi benytter dette som et anslag for δ i formlene (2) og (3) ovenfor. Fri estimering av δ ga henholdsvis 0,076 og 36,6 tusen kroner. Denne depresieringsraten er nærmest identisk med den som brukes i KVARTS mens bilprisen er lavere siden vi regner i 1978 priser. KVARTS benytter en nybilpris på 35 tusen i 1975 kroner. Estimeringen viser allikevel betydningen av samsvaret mellom beholdningstallet og depresierings raten. Med vår måte å måle bilbeholdningen på kan en ikke bruke et teknisk mål for depresieringsraten.

---

1) Se notatet MJe/SyS- 4/3-82. "Konstruksjon av beholdningsserier av varige forbruksgoder, depresieringsrater og brukerpriser."

2) Se Appendix 1 i notatet "An expenditure system for energy planning", av A. Rødseth. (Upublisert notat, 1.august 1979).

Tabell 1. C31- Beholdning av biler millioner kroner 1979-priser

1962	6574.27	7437.54	8467.52	9497.35
1966	10475.8	11523.9	12548.7	14076.1
1970	15146.5	16190.7	17189.2	18285.8
1974	19425.1	20806.	22317.1	24142.9
1978	25021.9	25957.		

Tabell 2. PC31- Brukerpris bil

1962	0.103877	0.103215	0.094236	0.091356
1966	0.09153	0.088284	0.104826	0.046954
1970	0.093397	0.088347	0.108079	0.147446
1974	0.076904	0.1168	0.141278	0.134095
1978	0.17913	0.20002		

Tabell 3. PC30- Kjøperprisindeks bil

1962	0.366629	0.364681	0.362472	0.367724
1966	0.376654	0.387912	0.403415	0.409308
1970	0.466897	0.49927	0.5463	0.583556
1974	0.596216	0.673483	0.738745	0.799911
1978	0.895548	1.		

Vedlegg C

BEHANDLING AV SEKTOR 72 - ELEKTRISITETSPRODUKSJON I MSG-MODELLEN

av

Jon Rinde

Følgende formler beskriver sammenheng mellom kapital (K) og produksjon (X) i sektor 72, elektrisitetsproduksjon i MSG-modellen,

$$K_{72t} = K_{72T} + Z_{K72} \left(\frac{X_{72t}}{\gamma_{K72t}} - \frac{X_{72T}}{\gamma_{K72T}}\right) , \qquad (1)$$

$$Z_{K72} = Z_{KB172} + Z_{KM272} + Z_{KM372} , \qquad (2)$$

der T angir basisår. La E_{0t} være observert elektrisitetsproduksjon i år t målt i TWH, og la E_{Mt} være midlere elektrisitetsproduksjon (Produksjonskapasiteten) i samme år. Vi har at

$$\gamma_{K72t} = \frac{E_{0t}}{E_{Mt}} , \qquad (3)$$

som uttrykker kapasitetsutnyttingen i elektrisitetsproduksjon i år t. γ_{K72t} vil avvike fra 1 på grunn av avvik fra normale nedbørsforhold, snøsmelting etc. i basisåret. γ_t vil vanligvis settes til 1 i et framtidig år. Z_{KB172}, Z_{KM272} og Z_{KM372} betegner økt kapitalbehov etter henholdsvis Bygninger og anlegg, Transportmidler og maskiner pr. krone økning i produksjonen. Spørsmålet som reises er nå hvordan Z_{K72} skal oppdateres.

I kap. VI i SØS 53 er det redegjort for tallfesting av sammenhengen mellom ressursbruk og produksjon av elektrisk kraft. Tall for kapitalbehov i kraftsektoren blir vanligvis oppgitt som milliarder kroner pr. TWH mens vi i modellen måler el.produksjon i kroner. La oss anta at vi kjenner følgende størrelser i et historisk år T_o :

$$\varepsilon_{jTo} = \text{Kapitaltilvekst i kroner pr. TWH tilvekst i produksjonen}$$

der j kan anta verdiene B_1 (Bygg og anleggskapital), M_2 (Transportmidler) og M_3 (Maskiner). Omregning til Z_K koeffisientene i modellens basisår t må ivareta hensynet både til prisutviklingen for investeringsvarer og til omregningen fra produksjon målt i TWH til produksjon målt i kroner. Følgende sammenheng vil gjelde:

$$Z_{K72jT} = \varepsilon_{jT0} \frac{P_{JjT}}{P_{JjT0}} \frac{E_{OT}}{X_{72T}} = \varepsilon_{jT} \frac{E_{OT}}{X_{72T}} \qquad (4)$$

der P_{Jj} er prisindeks for kapitalart j i sektor 72.

Ved oppdatering fra ett basisår (T) til et annet (T_1) kan det både være snakk om en ren justering ut fra punktene 1 og 2 foran, men også en teknisk justering av størrelsene ε_{jT_1} basert på nye opplysninger fra NVE om langtids-grensekostnad i kraftsektoren. Eksempel på dette finnes i vedlagte brev fra fra NVE der $\Sigma\varepsilon_{j1982}$ = 1.9 milliarder kroner og hvor fordelingen etter kapitalarter er foreslått.

Ved en ren justering ut fra punktene 1 og 2 foran benyttes følgende ligning

$$Z_{K72jT_1} = Z_{K72jT} \frac{P_{JjT_1}}{P_{JjT}} \frac{E_{OT_1}}{E_{OT}} \frac{X_{72T}}{X_{72T_1}} \quad . \qquad (5)$$

Ved ny informasjon fra NVE benyttes

$$Z_{K72jT_1} = \varepsilon_{jT_1} \frac{E_{oT_1}}{X_{72T_1}} \quad . \qquad (6)$$

Prisindeksene for kapitalart etter sektor kan finnes i nasjonalregnskapet. (I MSG modellen er det forutsatt samme prisutvikling for kapital etter en bestemt art i alle sektorer.)

LITTERATURHENVISNINGER

Bjerkholt, O. og J. Rinde (1982): "Consumption Demand in the MSG Model" in O. Bjerkholt, S. Longva, Ø. Olsen og S. Strøm "Analyses of Supply and Demand of Electricity in the Norwegian Economy", Samfunnsøkonomiske Studier nr. 53, Statistisk Sentralbyrå, Oslo, ss. 84-107.

Bye, T. (1982): "Ressursregnskap - nasjonalregnskap: Dokumentasjons notat nr. 1, energiregnskapet", Interne notater 82/32, Statistisk Sentralbyrå, Oslo.

Bye, T. (1984): "Energisubstitusjon i næringssektorene i en makromodell", Rapporter 84/2, Statistisk Sentralbyrå, Oslo.

Bye, T., and P. Frenger (1986a): "Relative Rates of Return in Norwegian Manufacturing Industry 1962-1981", Interne Notater 86/6, Statistisk Sentralbyrå, Oslo.

Bye, T., and P. Frenger (1986b): "Factor Substitution, Non-homotheticity, and technical change in the Norwegian production sectors." Upublisert notat, Statistisk Sentralbyrå, Oslo 1986.

Diewert, W.E. (1971): "An application of the Shephard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function", Journal of Political Economy, Vol 79, pp. 481-507, May/June 1971.

Frenger, P. (1978): "Reconstruction of a Cost Function from the Substitution Matrix", vedlegg til dette notat.

Fuss, M.A. (1977): " The Demand fo Energy in Canadian Manufacturing. An example of production structures with many inputs. Journal of Econometrics 5, 1977.

Ljones, A.,(1982): "Ressursregnskap for energi". Dokumentasjonsnotat nr.4. Interne Notater 82/21. Statistisk Sentralbyrå, Oslo.

Ljones, A., og H.V. Sæbø (1983): "Temperaturkorrigering av energiforbruket", Interne Notater 83/7, Statistisk Sentralbyrå, Oslo.

Longva, S., L. Lorentsen og Ø. Olsen (1981): "MSG-4E, ligningssystem og variabeloversikt", Interne Notater 81/10, Statistisk Sentralbyrå, Oslo.

Longva, S., og Ø. Olsen (1983): "Price Sensivity of Energy Demand in Norwegian Industries. Artikkel 143, Statistisk Sentralbyrå, Oslo 1983.

McFadden, D. (1963); "Constant Elasticity of Substitution Production Functions", Review of Economic Studies, Vol 30, pp.73-83, June 1963.

Ouren, J. (1983): " Oppdateringsrutiner i MSG-4." Interne Notater 83/6, Statistisk Sentralbyrå, Oslo.

Theil, H. (1971): "Principles of Econometrics". John Wiley and Sons, New York.