

Arbeidsnotater

T A T I S T I S K S E N T R A L B Y R Å

Dronningensgt. 16, Oslo-Dep., Oslo 1. Tlf. 41 38 20, 41 36 60

IO 72/7

4. april 1972

Den formelle struktur til priskryssløpsmodellen i MODIS IV

Av

Svein Longva

Innhold

	Side
1. Innledning	2
2. Formulering av priskryssløpsmodellen	2
2.1 Drøfting av verdibegrepene i pris- og kvantumskryssløpsmodellene	3
2.2 Behandling av forskjellig pris for ulike leverandører og mottakere av samme vare	5
2.3 Drøfting av aktivitetskalkyle og sektorkalkyle som kalkyleprinsipp	8
3. Priskryssløpsmodellen som en del av en større modell	11
3.1 Drøfting av de lineære betingelsene	14

Ikke for offentliggjøring. Dette notat er et arbeidsdokument og kan siteres eller refereres bare etter spesiell tillatelse i hvert enkelt tilfelle. Synspunkter og konklusjoner kan ikke uten videre tas som uttrykk for Statistisk Sentralbyrås oppfatning.

1. INNLEDNING

Formålet med dette arbeidsnotatet er å dokumentere hovedtrekkene i den formelle struktur til priskryssløpsmodellen i MODIS IV¹⁾. Innen den første utgaven av MODIS IV er i operasjonell stand kan det bli mindre endringer i det opplegget som presenteres her, men hovedtrekkene skulle på det nåværende tidspunkt være tilstrekkelig klarlagt til at det kan gis en kortfattet oversikt over strukturen i priskryssløpsmodellen.

2. FORMULERING AV PRISKRYSSLØPSMODELLEN

Kvantumskryssløpsmodellen i MODIS IV er angitt ved

$$(1) \quad \Lambda A = X$$

For en nærmere presisering av begrepene A , Λ og X vises det til IO 70/23 (side 4-7). Vi skal for enkelthets skyld bare gjengi definisjonene.

$$(2) \quad A = \text{"aktivitetsnivåer"}, \quad \text{Dim } A = n_A$$

Elementene i A angir differansen mellom totale leveranser av varer fra og totale leveranser av varer til hver aktivitet.

n_A angir antall aktiviteter.

$$(3) \quad \Lambda = \text{"aktivitetsmatrise"}, \quad \text{Dim } \Lambda = (n_X, n_A)$$

Elementet på linje i og kolonne j angir forholdet mellom netto leveranser av vare i fra aktivitet j og aktivitetsnivået i aktivitet j .

n_X angir antall varer.

$$(4) \quad X = \text{"vareoverskudd"}, \quad \text{Dim } X = n_X$$

Elementene i X angir differansen mellom totale leveranser fra aktivitetene og totale leveranser til aktivitetene av hver vare.

Kvantumskryssløpsmodellen (1) har en dual modell i prisvariable.

$$(5) \quad \Lambda' b_X = b_A$$

$$(6) \quad b_X = \text{"varepriser"}, \quad \text{Dim } b_X = n_X$$

$$(7) \quad b_A = \text{"aktivitetsnivåpriser"}, \quad \text{Dim } b_A = n_A$$

1) Hovedtrekkene i kvantumskryssløpsmodellen i MODIS IV er tidligere dokumentert i IO 70/23.

Vareprisindeksene, angitt ved elementene i vektoren b_x , er prisindekser for de enkelte varene i modellen.

Aktivitetsnivåprisene for import- og sluttleveringsaktivitetene er prisindekser for de ulike import- og sluttleveringsgruppene. Aktivitetsnivåprisene for produksjonsaktivitetene er prisindekser for bruttoproduktene i disse aktivitetene. Vi skal kalle produksjonsaktivitetenes aktivitetsnivåpriser for "primærkostnader i produksjonsaktiviteter".

2.1 Drøfting av verdibegrepene i pris- og kvantumskryssløpsmodellene

I IO 70/23 er det ikke tatt standpunkt til hvilke verdibegrep som skal brukes i pris- og kvantumskryssløpsmodellene.

I det norske nasjonalregnskapet kan hver varestrøm angis i følgende tre verdsett:

(i) Basisverdi

(ii) Selgerverdi = Basisverdi + avgifter - subsidier som påløper ved import og produksjon av varen.

(iii) Kjøperverdi = Selgerverdi + handelsavanse + avgifter - subsidier som påløper ved omsetning av varen.

Normalt vil primærdataene som legges til grunn for nasjonalregnskapsberegningene, være gitt i selgerverdier.¹⁾

For å komme fram til kjøperverdien for en varestrøm legges handelsavansene og netto avgifter og subsidier som påløper ved omsetning av varen, til selgerverdien.

For å komme fram til basisverdien for en varestrøm trekkes netto avgifter og subsidier som påløper ved import og norsk produksjon av varen, fra selgerverdien.

Slik verdsettet basisverdi er definert vil den samlede basisverdien av alle vareleveranser fra en produksjonssektor inkludere verdien av eventuelle avgifter (som ikke refunderes), og subsidier på vareleveransene til produksjonssektoren (dvs. på produksjonssektorens input).

2.1.1 Volumbegrepet i kvantumskryssløpsmodellen

Teoretisk er det essensielt for meningsinnholdet i kvantumskryssløpsmodellen, angitt ved (1), at varestrømmene kan tolkes som om de var målt i fysiske enheter.

Varestrømmene i de nasjonalregnskapstabellene (sektor input og

1) Med innkrevingsreglene i det nåværende norske merverdisystemet vil primærdataene egentlig foreligge i selgerpriser - moms.

sektor output tabellene) som danner utgangspunktet for beregningene av koeffisientene i aktivitetsmatrisen Λ (se IO 70/23, side 9 og side 13), vil være målt i et sett av løpende priser. Koeffisientene i aktivitetsmatrisen vil derfor i modellens basisår være forholdet mellom verdistrømmer. Med konstante priser vil en verdistrøm kunne tolkes som en strøm av fysisk målte enheter. Varestrømmene i (1) forutsettes derfor målt i et sett av faste priser med vektgrunnlag i modellens basisår.

Valget mellom faste basispriser, selgerpriser og kjøperpriser må avgjøres ut fra følgende forhold:

For et betydelig antall varer vil satsene for handelsavanse og eventuelle avgifter og subsidier for samme vare være forskjellige for ulike mottakere. Dette ville ha vært tilfelle selv om varespesifikasjonen var vesentlig mere disaggregert enn den er tenkt i MODIS IV. Hvis fordelingen på mottakere av en slik vare endres over tiden vil dette i seg selv medføre at produksjonen av varen målt i kjøper- eller selgerpriser endres. Denne effekten vil ikke opptre hvis varestrømmene måles i basispriser.

Koeffisientene i aktivitetsmatrisen vil derfor være mer stabile hvis de beregnes med utgangspunkt i nasjonalregnskapstabeller med varestrømmene målt i løpende basispriser enn hvis de tilsvarende tabeller med strømmene målt i selgerpriser eller i enda sterkere grad kjøperpriser legges til grunn.

Det er bare

(i) hvis handelsavanse og avgifter og subsidier for hver vare ikke varierer signifikant mellom mottakerne eller

(ii) hvis fordelingen på mottakere av hver enkelt vare ikke endres over tiden

at det er likegyldig hvilket prissett som legges til grunn. Betingelsene (i) og (ii) vil i praksis ikke være oppsynt og avviket er så betydelig at kvantumskryssløpsmodellen forbedres vesentlig ved fullt ut å ta hensyn til det.

Dette leder fram til at varestrømmene i kvantumskryssløpsmodellen (1) måles i faste basispriser med vektgrunnlag i modellens basisår.

2.1.2 Prisbegrepet i priskryssløpsmodellen

En grunnleggende forutsetning i (5) er at en vare bare har en pris. Dette betyr at det forutsettes at prisindeksen for en vare ikke er differensiert etter leverandør eller mottaker av varen.

Som nevnt ovenfor vil satser for handelsavanse og eventuelle avgifter og subsidier variere signifikant mellom mottakere for et betydelig antall varer. Dette mønsteret vil videre ikke være stabilt fordi satsene

for handelsavansene og eventuelle avgifter og subsidier på disse varene endres over tiden. Ut fra dette er det rimeligere å forutsette at en vare bare har en prisindeks når varestrømmene måles i basispriser enn når varestrømmene måles i selgerpriser eller kjøperpriser. Vareprisindeksene i priskryssløpsmodellen (5), angitt ved elementene i vektoren b_X , er derfor basisprisindekser.

Det følger av dette at aktivitetsnivåprisene for import- og sluttleveringsgruppene er prisindekser for de ulike import- og sluttleveringsgruppene målt i basisverdi. For produksjonsaktivitetene er aktivitetsnivåprisene prisindekser for bruttoproduktet i aktivitetene målt i basisverdi.

2.1.3 Den økosirkiske konsistens

Med varestrømmene i kvantumsmodellen (1) målt i faste basispriser og med prisindeksene i prismodellen (5) definert som basisprisindekser vil (1) og (5) oppfylle den grunnleggende økosirkbetingelsen at

$$(8) \quad b_X'X = b_A'A,$$

altså at verdien av output er lik verdien av input.

Dette ser vi slik:

$$(9) \quad b_X'X = b_X'AA = (A'b_X)'A = b_A'A$$

2.2 Behandling av forskjellig pris for ulike leverandører og mottakere av samme vare

På det aggregeringsnivå MODIS IV er tenkt spesifisert (ca. 200 varer) vil en generell forutsetning om at prisindeksene for de ulike varer ikke er differensiert etter leverandør eller mottaker neppe være særlig realistisk selv om prisindeksene er basisprisindekser. På et tilstrekkelig disaggregert varenivå vil denne forutsetning kanskje kunne være tilfredsstillende, men med 200 varer vil sammensetningen av de enkelte varene i ikke neglisjerbar utstrekning kunne være forskjellig for ulike leverandører og eller mottakere av varene.

Særlig vil det være urealistisk generelt å forutsette samme prisindeks for norsk produksjon og import av samme vare. Også en generell forutsetning om samme prisindeks for samme vare levert til innenlandske anvendelser og levert til eksport vil imidlertid være en for sterk forenkling.

Vi skal derfor reformulere priskryssløpsmodellen slik at vi kan ha forskjellig prisindeks for samme vare alt ettersom den leveres fra import eller fra innenlandsk produksjon og videre at vi kan ha forskjellig prisindeks for samme vare alt ettersom den leveres til eksport eller til

innenlandske anvendelser.

For å oppnå dette må vi i prinsippet dele hver varestrøm i fire. For vare nr. i har vi:

- (i) Innenlandsk produksjon av varen levert til innenlandske anvendelser (heretter kalt hjemmevare i)
- (ii) Innenlandsk produksjon av varen levert til eksport (heretter kalt eksportvare i)
- (iii) Import av varen levert til innenlandske anvendelser (heretter kalt importvare i)
- (iv) Import av varen levert til eksport

I praksis skal vi imidlertid se bort fra at importen av en vare kan eksportereres (reeksport). Dette er i samsvar med konvensjonene i nasjonalregnskapet og må betraktes som en rimelig forutsetning. Varestrømmene definert i (iv) forutsettes altså å være lik null.

Vi skal altså dele hver vare i MODIS IV i en hjemmevare, en importvare og en eksportvare.

Istedenfor matrisen A , som angir netto leveranser av hver vare fra hver aktivitet uten å skille mellom hvem som er leverandør og hvem som er mottaker av varen, innfører vi matrisene B , E og P som angir netto leveranser av henholdsvis importvarer, eksportvarer og hjemmevarer fra hver aktivitet.

$$(10) \quad A = B + E + P$$

$$(11) \quad B = \text{"aktivitetsmatrise, importvarer"}, \quad \text{Dim } B = (n_X, n_A)$$

Elementet på linje i og kolonne j angir forholdet mellom netto leveranser av importvare i fra aktivitet j og aktivitetsnivået i aktivitet j .

$$(12) \quad E = \text{"aktivitetsmatrise, eksportvarer"}, \quad \text{Dim } E = (n_X, n_A)$$

Elementet på linje i og kolonne j angir forholdet mellom netto leveranser av eksportvare i fra aktivitet j og aktivitetsnivået i aktivitet j .

$$(13) \quad P = A - E - B = \text{"aktivitetsmatrise, hjemmevarer"}, \quad \text{Dim } P = (n_X, n_A)$$

Elementet på linje i og kolonne j angir forholdet mellom netto leveranser av hjemmevare i fra aktivitet j og aktivitetsnivået i aktivitet j .

Setter vi (10) inn i (1), får vi:

$$(14) \quad PA + BA + EA = X$$

På tilsvarende måte som (1) har også (14) en dual modell i prisvariable.

$$(15) \quad P'b_{X_P} + B'b_{X_B} + E'b_{X_E} = b_A$$

$$(16) \quad b_{X_P} = \text{"hjemmevarepriser"}, \quad \text{Dim } b_{X_P} = n_X$$

$$(17) \quad b_{X_B} = \text{"importvarepriser"}, \quad \text{Dim } b_{X_B} = n_X$$

$$(18) \quad b_{X_E} = \text{"eksportvarepriser"}, \quad \text{Dim } b_{X_E} = n_X$$

Elementene i b_{X_P} , b_{X_B} og b_{X_E} angir basisprisindekser for hver av hjemmevarene, importvarene og eksportvarene.

Ved å dekomponere matrisene P, B og E og vektoren b_A etter hovedtyper av aktiviteter kan priskryssløpsmodellen (15) framstilles i separate sett av ligninger. Føtskriftene B, P, C, G, I og E refererer seg til aktivitetene for henholdsvis import, produksjon, privat konsum, offentlig konsum, bruttoinvesteringer og eksport.

Importaktivitetene mottar ikke vareleveranser og leverer bare importvarer. Elementene i submatrisene P_B og E_B er derfor lik null.

$$(19) \quad B_B'b_{X_B} = b_{A_B} \quad 1)$$

Produksjonsaktivitetene mottar leveranser av importvarer og hjemmevarer og leverer hjemmevarer og eksportvarer.

$$(20) \quad P_P'b_{X_P} + B_P'b_{X_B} + E_P'b_{X_E} = b_{A_P}$$

Aktivitetene for privat konsum, offentlig konsum og bruttoinvesteringer mottar leveranser av importvarer og hjemmevarer, og leverer ikke varer. Elementene i submatrisene E_C , E_G og E_I er derfor lik null.

$$(21) \quad P_C'b_{X_P} + B_C'b_{X_B} = b_{A_C}$$

$$(22) \quad P_G'b_{X_P} + B_G'b_{X_B} = b_{A_G}$$

$$(23) \quad P_I'b_{X_P} + B_I'b_{X_B} = b_{A_I}$$

1) I og med at importaktivitetene bare leverer importvarer vil B_B være lik Λ_B .

Eksportaktivitetene mottar leveranser av eksportvarer og leverer ikke varer. Elementene i submatrisene P_E og B_E er derfor lik null.

$$(24) \quad E'_E b_{X_E} = b_{A_E} \quad 1)$$

(20) er den sentrale ligningen i priskryssløpsmodellen. (19), (21), (22), (23) og (24) har preg av å være definisjoner av prisindeksene for import- og sluttleveringsaktivitetene.

2.3 Drøfting av aktivitetskalkyle og sektorkalkyle som kalkyleprinsipp

Det er velkjent hvordan den tradisjonelle priskryssløpsmodellen kan brukes til å beregne sektorpriser ut fra gitte primærkostnader i de ulike sektorer.

Forutsetter vi at elementene i produksjonsaktivitetsmatrisene for hjemmevarer (P_P), importvarer (B_P) og eksportvarer (E_P) er gitte størrelser i priskryssløpsmodellen og videre at importprisene (b_{X_B}), eksportprisene (b_{X_E}) og primærkostnadene i produksjonsaktivitetene (b_{A_P}) er eksogent gitt, kan vi ved hjelp av (20) prøve å "simulere" den tradisjonelle priskryssløpsmodellen. Setter vi $b_{A_P} = b_{A_P}^*$, $b_{X_B} = b_{X_B}^*$ og $b_{X_E} = b_{X_E}^*$ inn i (20), får vi:

$$(25) \quad P'_P b_{X_P} + B'_P b_{X_B}^* + E'_P b_{X_E}^* = b_{A_P}^*$$

(25) inneholder n_{A_P} ligninger mellom n_X ukjente priser for hjemmevarer. Siden antall produksjonsaktiviteter (n_{A_P}) er større enn antall varer (n_X) vil ligningssystemet (25) generelt ha et negativt antall frihetsgrader.

Den viktigste forskjellen fra den enkle tradisjonelle priskryssløpsmodellen er at det kan være flere aktiviteter som er prisleder for den samme vare fordi hver vare kan bli produsert i mer enn en aktivitet. Gitte primærkostnader i produksjonsaktiviteter impliserer derfor generelt ikke en entydig løsning fordi det ikke nødvendigvis er slik at priser for den samme vare beregnet på grunnlag av uavhengig gitte primærkostnader i aktivitetene blir like. Prisberegninger innenfor (25) kan følgelig ikke bli basert på uavhengige prisberegninger for hver produksjonsaktivitet. I tillegg må vi innføre relasjoner som for hver hjemmevare angir en aktivitet som prisledende aktivitet.

I (20), og dermed også i (25), er det implisitt lagt til grunn at hjemmevareprisene beregnes på grunnlag av aktivitetskalkyler, mens som nevnt sektorprisene beregnes på grunnlag av sektorkalkyler i den enkle tradisjonelle priskryssløpsmodellen. Vi skal omforme priskryssløpsmodellen 1) I og med at eksportaktivitetene bare mottar eksportvarer vil E_E være lik Λ_E .

angitt i (20) slik at også denne kan bygge på sektorkalkyler.

$$(26) N_P = \text{"sektorandelsmatrise"}, \text{ Dim} = (n_{S_P}, n_{A_P})$$

Elementet på linje i og kolonne j angir andelen aktivitetsnivået til produksjonsaktivitet j utgjør av sektornivået til produksjonssektor i .

n_{S_P} er antall produksjonssektorer.

$$(27) b_{S_P} = N_P b_{A_P} = \text{"produksjonssektornivåpriser"}, \text{ Dim } b_{S_P} = n_{S_P}$$

Produksjonssektornivåprisene er prisindekser for sektornivået (bruttoproduktet) i produksjonssektorene målt i basisverdi. Vi skal kalle produksjonssektorenes sektornivåpriser for "primærkostnader i produksjonssektorer".

Setter vi (20) inn i (27), får vi:

$$(28) N_P P' b_{X_P} + N_P B_P' b_{X_B} + N_P E_P' b_{X_E} = b_{S_P}$$

På tilsvarende måte som for (25) kan vi sammenligne (28) med den tradisjonelle priskryssløpsmodellen ved å forutsette at elementene i N_P , P_P , B_P og E_P er gitte størrelser i priskryssløpsmodellen og videre at importprisene, eksportprisene og primærkostnadene i produksjonssektorene er eksogent gitt. Setter vi $b_{S_P} = b_{S_P}^*$, $b_{X_B} = b_{X_B}^*$ og $b_{X_E} = b_{X_E}^*$ inn i (28), får vi:

$$(29) N_P P' b_{X_P} + N_P B_P' b_{X_B}^* + N_P E_P' b_{X_E}^* = b_{S_P}^*$$

(29) inneholder n_{S_P} ligninger mellom n_X ukjente hjemmevarepriser.

Siden antall produksjonssektorer er mindre enn antall varer, vil lignings-systemet (29) generelt ha et positivt antall frihetsgrader. Den viktigste forskjellen fra den enkle tradisjonelle priskryssløpsmodellen er at hver produksjonssektor kan være prisleder for mer enn en hjemmevare fordi det er flere varer enn produksjonssektorer. Gitte primærkostnader i produksjonssektorer impliserer derfor generelt ikke en entydig løsning, og prisberegninger innenfor (29) kan følgelig ikke bare bli basert på prisberegninger for hver produksjonssektor. I tillegg må vi innføre relasjoner som knytter sammen prisindeksene for hjemmevarer som har samme prisledende produksjonssektor.

Valget mellom bruk av sektorkalkyler og aktivitetskalkyler i prismodellen bør i prinsippet avgjøres ut fra hva en tror er det faktiske kalkyleprinsippet for hjemmevareprisene.

En produksjonssektor er et organisatorisk begrep som beskriver lokaliseringen av produksjonen i produksjonsenheter ved at den angir et aggregat av bedrifter. Det synes derfor rimelig å forutsette at produksjonssektor er desisjonsenheten i modellen.

En forutsetning om aktivitetskalkyle innebærer derfor at en produksjonssektor som er prisleder for en vare, setter prisen på denne varen ut fra en vurdering bare av avkastningen i aktiviteten som produserer varen. Dette bygger på den forutsetning at produksjonssektoren kan fordele vareinnsatskostnadene og primærkostnadene på aktivitetene i sektoren.

En forutsetning om sektorkalkyle innebærer at en produksjonssektor som er prisleder for en vare, setter prisen på denne varen ut fra en vurdering av totalavkastningen i sektoren. Her er det ikke nødvendig å forutsette at sektoren kan fordele kostnadene på aktivitetene i sektoren.

Det er vanskelig på a priori grunnlag å foreta et valg mellom disse to kalkyleprinsipp i modellen. Trolig vil den faktisk anvendte kalkylemetode variere fra produksjonssektor til produksjonssektor.

Nå er det slik at valg av kalkyleprinsipp neppe har avgjørende betydning for modellresultatene. I modellen er nemlig, som omtalt i IO 70/23 (side 11), hovedleverandørprinsippet brukt som viktigste måte å aggregere nasjonalregnskapsvarer til MODIS-varer. Dette betyr at den aktiviteten som har samme karakteristiske vare som sektoren aktiviteten tilhører, vil være den dominerende eller ofte til og med den eneste aktivitet i sektoren. I praksis vil derfor ikke resultatene av prisberegninger være særlig påvirket av om en legger (20) med aktivitetskalkyler eller (28) med sektorkalkyler til grunn for beregningene.

All informasjon i nasjonalregnskapet er knyttet til sektorbegrepet. I IO 70/23 (side 12-18) er det beskrevet hvordan en ut fra visse rimelige produksjonstekniske forutsetninger kan fordele vareleveransene til og fra en sektor på ulike aktiviteter i sektoren. De produksjonstekniske forutsetninger er f.eks. at en aktivitet i en sektor har samme inputstruktur som en aktivitet som produserer samme vare i en annen sektor (vareteknologi) eller at alle aktiviteter i samme sektor har samme inputstruktur (sektorteknologi).

Et tilsvarende opplegg for å fordele primærkostnadene i en sektor på de ulike aktivitetene synes å være mer problematisk.

Det vil, i alle fall ex ante, normalt være større substitusjonsmuligheter mellom arbeidskraft og kapital enn mellom ulike typer vareinnsats, og det er derfor lite rimelig å forutsette samme sammensetning av primærkostnadene i to aktiviteter som produserer samme vare men som tilhører ulike produksjonssektorer. På den annen side synes det heller ikke

rimelig generelt å forutsette at alle aktiviteter i samme sektor har samme sammensetning av primærkostnadene.

Vanskene med å fordele primærkostnadene på aktiviteter ut fra tilgjengelige data medfører at empiriske undersøkelser om prisadferd må ta utgangspunkt i tall for primærkostnader som gjelder hele sektorer.

Konklusjonen på denne drøftingen blir derfor at selv om det faktisk anvendte kalkyleprinsipp trolig varierer fra sektor til sektor og over tiden, vil vi forutsette at vi kan utforme priskryssløpsmodellen som om prisadferden bygger på en eller annen form for sektorkalkyle. Dette betyr at det er den priskryssløpsmodellen som er angitt i (28) som legges til grunn for prisberegningene.

3. PRISKRYSSLØPSMODELLEN SOM EN DEL AV EN STØRRE MODELLE

På tilsvarende måte som for kvantumskryssløpsmodellen (se IO 70/23, side 19) kan vi betrakte priskryssløpsmodellen (28) som et subsett av relasjoner innenfor en større makroøkonomisk modell. Vi skal omtale (28) og utvidelser av denne som den "indre modellen" og resten av modellsystemet som den "ytre modellen". Videre skal vi klassifisere variablene i den indre modellen som enten "gitte" eller "ukjente". Gitte variable i den indre modellen er enten eksogene eller alternativt bestemt av relasjoner i den ytre modellen.

Elementene i sektorandelsmatrisen N_P og i produksjonsaktivitetsmatrisene for hjemmevarer (P_P), importvarer (B_P) og eksportvarer (E_P) forutsettes å være gitt fra kvantumsmodellen.

Importprisindeksene, angitt ved elementene i vektoren b_{X_B} , og eksportprisindeksene, angitt ved elementene i vektoren b_{X_E} , forutsettes å være eksogene variable.

$$(30) \quad b_{X_B} = b_{X_B}^*$$

$$(31) \quad b_{X_E} = b_{X_E}^*$$

Setter vi (30) og (31) inn i (28), får vi:

$$(32) \quad N_P P_P' b_{X_P} + N_P B_P' b_{X_B}^* + N_P E_P' b_{X_E}^* = b_{S_P}$$

(32) inneholder n_{S_P} ligninger mellom n_X ukjente varepriser for hjemmevarer og n_{S_P} ukjente produksjonssektornivåpriser. Ligningssystemet (32) kan høyst fastlegge n_{S_P} hjemmevare- og sektornivåpriser, altså en hjemmevare- eller sektornivåpris for hver produksjonssektor.

Vi skal si at den ytre modellen pålegger den indre modellen et antall tilleggsrelasjoner mellom de ukjente slik at (32) blir et determinert system. Under den forutsetning at de pålagte relasjoner er lineære, vil den mest generelle formulering av dette være at den ytre modellen pålegger den indre modellen så mange lineære betingelser mellom produksjonssektornivåprisene og hjemmevareprisene for norsk produksjon som vi har frihetsgrader i systemet, altså $n_X + n_{S_P} - n_{S_P} = n_X$ lineære betingelser.

I dette settet av lineære betingelser kan alle produksjonssektornivåprisene og alle vareprisene for hjemmevarer skrives som lineære funksjoner av et subsett av n_{S_P} produksjonssektornivåpriser og hjemmevarepriser. Dette er måten vi skal formulere de lineære betingelsene på.

$$(33) \quad b_{X_P} = \Pi_{b_{X_P}} b_{\Pi} + b_{X_P}^*$$

$$(34) \quad b_{S_P} = \Pi_{b_{S_P}} b_{\Pi} + b_{S_P}^*$$

$$(35) \quad b_{\Pi} = \text{"subsett av produksjonssektornivåpriser og hjemmevarepriser"}, \\ \text{Dim } b_{\Pi} = n_{S_P}$$

$$(36) \quad \Pi_{b_{X_P}} = \text{"lineære betingelser, hjemmevarepriser"}, \quad \text{Dim } \Pi_{b_{X_P}} = (n_X, n_{S_P})$$

$$(37) \quad \Pi_{b_{S_P}} = \text{"lineære betingelser, produksjonssektornivåpriser"}, \\ \text{Dim } \Pi_{b_{S_P}} = (n_{S_P}, n_{S_P})$$

$$(38) \quad b_{X_P}^* = \text{"gitte komponenter av hjemmevarepriser"}, \quad \text{Dim } b_{X_P}^* = n_X$$

$$(39) \quad b_{S_P}^* = \text{"gitte komponenter av produksjonssektornivåpriser"}, \quad \text{Dim } b_{S_P}^* = n_{S_P}$$

Elementene på linje i i $\Pi_{b_{X_P}}$ angir hvordan hjemmevarepris i er bestemt som en veiet sum av et subsett av hjemmevare- og sektornivåpriser. I tillegg kommer eventuelt en eksogent gitt komponent av hjemmevareprisen, angitt ved elementet på linje i i vektoren $b_{X_P}^*$.

Elementene i $\Pi_{b_{S_P}}$ og $b_{S_P}^*$ tolkes på tilsvarende måte som elementene i $\Pi_{b_{X_P}}$ og $b_{X_P}^*$.

(33) og (34) angir derfor at enhver hjemmevarepris eller produksjonssektornivåpris kan skrives som en lineærkombinasjon av et subsett av hjemmevare- og sektornivåpriser, eventuelt med et konstantledd. For en gitt sammenheng mellom hjemmevare- og sektornivåpriser som reduserer antall firhetsgrader til n_{S_P} , vil subsettet av hjemmevare- og sektornivåpriser kunne defineres på uendelig mange måter. Dette betyr at det er mulig å velge ulike men ekvivalente sett av $\Pi_{b_{X_P}}$, $\Pi_{b_{S_P}}$ og b_{II} . Vi skal komme tilbake til hensiktsmessige måter å definere subsettet av hjemmevare- og sektornivåpriser på.

Hvis elementene i $\Pi_{b_{X_P}}$, $b_{X_P}^*$, $\Pi_{b_{S_P}}$ og $b_{S_P}^*$ er gitt, pålegger (32),

(33) og (34) $n_{S_P} + n_X + n_{S_P}$ ligninger mellom $n_X + n_{S_P} + n_{S_P}$ ukjente og vi kan løse ligningssystemet m.h.p. elementene i b_{X_P} , b_{S_P} og b_{II} hvis systemet har en løsning.

Vi setter (33) og (34) inn i (32) og løser m.h.p. b_{II} .

$$(40) \quad N_P P' (\Pi_{b_{X_P}} b_{II} + b_{X_P}^*) = \Pi_{b_{S_P}} b_{II} + b_{S_P}^* - N_P B' b_{X_B}^* - N_P E' b_{X_E}^*$$

$$(41) \quad (N_P P' \Pi_{b_{X_P}} - \Pi_{b_{S_P}}) b_{II} = b_{S_P}^* - N_P P' b_{X_P}^* - N_P B' b_{X_B}^* - N_P E' b_{X_E}^*$$

$$(42) \quad b_{II} = (N_P P' \Pi_{b_{X_P}} - \Pi_{b_{S_P}})^{-1} (b_{S_P}^* - N_P P' b_{X_P}^* - N_P B' b_{X_B}^* - N_P E' b_{X_E}^*)$$

En forutsetning for at (42) gjelder er at $(N_P P' \Pi_{b_{X_P}} - \Pi_{b_{S_P}})$ er ikke-singulær.

Setter vi (42) inn i (33), får vi følgende løsning for hjemmevareprisene, angitt ved elementene i b_{X_P} .

$$(43) \quad b_{X_P} = \Pi_{b_{X_P}} (N_P P' \Pi_{b_{X_P}} - \Pi_{b_{S_P}})^{-1} (b_{S_P}^* - N_P B' b_{X_B}^* - N_P E' b_{X_E}^*) +$$

$$(I - \Pi_{b_{X_P}} (N_P P' \Pi_{b_{X_P}} - \Pi_{b_{S_P}})^{-1} N_P P') b_{X_P}^*$$

Setter vi (42) inn i (34), får vi følgende løsning for produksjonssektornivåprisene, angitt ved elementene i b_{S_P} .

$$(44) \quad b_{S_P} = (I + \Pi_{b_{S_P}} (N_{P'P'} \Pi_{b_{X_P}} - \Pi_{b_{S_P}})^{-1}) b_{S_P}^* - \Pi_{b_{S_P}} (N_{P'P'} \Pi_{b_{X_P}} - \Pi_{b_{S_P}})^{-1} \\ (N_{P'P'} b_{X_P}^* + N_{P'B'} b_{X_B}^* + N_{P'E'} b_{X_E}^*)$$

3.1 Drøfting av de lineære betingelsene

Matrisene $\Pi_{b_{X_P}}$ og $\Pi_{b_{S_P}}$ samt vektorene $b_{X_P}^*$ og $b_{S_P}^*$ sammenfatter de lineære bindingene fra den ytre modellen. $\Pi_{b_{X_P}}$ og $\Pi_{b_{S_P}}$ har hver n_{S_P} kolonner, d.v.s. en kolonne for hver sektor. Kolonnene representerer et subsett av produksjonssektornivåpriser og hjemmevarepriser for norsk produksjon. Som nevnt kan dette subsettet av vare- og sektornivåpriser defineres på forskjellige, men ekvivalente måter.

En hensiktsmessig måte å definere dette subsettet av hjemmevare- og sektornivåpriser på vil være å la de n_{S_P} kolonnene i $\Pi_{b_{X_P}}$ og $\Pi_{b_{S_P}}$ representere vareprisindekser for den viktigste av de hjemmevarer som hver av de n_{S_P} produksjonssektorene er utpekt å være prisleder for. Med viktigste vare menes den hjemmevare som har størst andel av produksjonsverdien. Hvis en produksjonssektor ikke er utpekt til å være prisleder for noen hjemmevare vil den relevante kolonne i $\Pi_{b_{X_P}}$ og i $\Pi_{b_{S_P}}$ representere sektornivåprisen i sektoren.

Med utgangspunkt i denne måten å definere subsettet av hjemmevare- og sektornivåpriser skal vi drøfte noen aktuelle spesifikasjoner av de lineære betingelsene angitt i (33) og (34).

3.1.1 Lineære betingelser på hjemmevareprisene

De lineære betingelsene i (33) kan brukes til å fastlegge hvilke hjemmevarepriser hver produksjonssektor er prisleder for. En kolonne i $\Pi_{b_{X_P}}$ vil inneholde elementer på linjene for de hjemmevarer sektoren er prisleder for. Elementene i kolonnen vil angi forholdet mellom prisindeksen for den viktigste hjemmevare og hver av prisindeksene for de øvrige hjemmevarer sektoren er prisleder for. Koeffisientene som knytter sammen vareprisindeksene trenger ikke være "strukturkoeffisienter". De kan være bestemt i andre deler av modellen, f.eks. ved at de er avhengig av forholdet mellom endring i etterspørselen etter de hjemmevarer som samme produksjonssektor er prisleder for.

De lineære betingelsene i (33) kan også brukes til å angi gitte verdier for hjemmevarepriser. De relevante linjer i $\Pi_{b_{X_P}}$ vil bare ha null-elementer, mens $b_{X_P}^*$ vil inneholde de gitte verdier. Prisen for en hjemmevare vil være gitt hvis f.eks. vareprisen er offentlig regulert (prisregulert vare) eller hvis prisen er antatt fullt ut å endres i takt med prisene på den tilsvarende importvare (fullt ut importkonkurrerende hjemmevare).

3.1.2 Lineære betingelser på produksjonssektornivåprisene

Mange av de mest vanlige utvidelser av den enkle tradisjonelle priskryssløpsmodellen kan behandles ved hjelp av de lineære betingelsene i (34).

De lineære betingelsene kan brukes til å fastlegge produksjonssektornivåpriser som skal bestemmes residualt. Sektornivåprisen for en produksjonssektor vil bli bestemt residualt hvis sektoren ikke er prisleder for noen hjemmevare. Dette kan enten skyldes at alle hjemmevarene sektoren produserer har (i) gitte priser eller (ii) andre sektorer som prisledere. De relevante kolonnene i $\Pi_{b_{X_P}}$ vil være nullkolonner, mens diagonalen i $\Pi_{b_{S_P}}$ vil inneholde elementer lik 1. De samme kolonnene som er nullkolonner i $\Pi_{b_{X_P}}$.

De lineære betingelsene kan også brukes til å angi gitte verdier for sektornivåpriser. De relevante linjer i $\Pi_{b_{S_P}}$ vil ha bare nullelementer, mens $b_{S_P}^*$ inneholder de gitte verdiene. De gitte verdiene kan være eksogene eller alternativt bestemt i den ytre modellen.

Produksjonssektornivåpriser kan bli bestemt ved å innføre relasjoner i modellen som både inneholder variable fra den indre og ytre modellen. Ved å løse disse relasjonene m.h.p. sektornivåprisene og linearisere resultatet kan disse relasjonene bli omformet til slike lineære betingelser som er angitt i (34). Antar vi at produksjonssektornivåprisene kan skrives som lineære funksjoner av hjemmevarepriser, får vi:

$$(45) \quad b_{S_P} = Qb_{X_P} + q^*$$

$$(46) \quad Q = \text{"koeffisientmatrise, produksjonssektornivåpriser og hjemmevarepriser"}, \quad \text{Dim} = (n_{S_P}, n_X)$$

(47) q^* = "konstantleddvektor, produksjonssektornivåpriser og hjemmevarepriser", $\text{Dim} = n_{S_P}$

Elementene på linje i i Q angir hvordan sektornivåprisen i er bestemt som en veiet sum av hjemmevarepriser. I tillegg kommer eventuelt en eksogent gitt komponent av produksjonssektornivåprisen i , angitt ved elementet på linje i i q^* .

Setter vi (33) inn i (45), får vi:

$$(46) \quad b_{S_P} = Q \Pi_{b_{X_P}} b_{\Pi} + Q b_{X_P}^* + q^*$$

Sammenligner vi (46) med (34), ser vi at vi har

$$(47) \quad \Pi_{b_{S_P}} = Q \Pi_{b_{X_P}} \quad \text{og}$$

$$(48) \quad b_{S_P}^* = Q b_{X_P}^* + q^*$$

Av (47) og (48) ser en at elementene i $\Pi_{b_{S_P}}$ og $b_{S_P}^*$ kan spesifiseres ut fra $\Pi_{b_{X_P}}$ og $b_{X_P}^*$ samt Q og q^* .

Hver produksjonssektornivåpris kan skrives som en sum av prisindekser for de ulike komponentene i bruttoproduktet målt i basispriser.

$$(49) \quad b_{S_P} = b_{S_{P_W}} + b_{S_{P_R}} + b_{S_{P_D}} + b_{S_{P_T}}$$

$$(50) \quad b_{S_{P_W}} = \text{"lønn pr. produksjonssektornivåenhet"}, \quad \text{Dim} = n_{S_P}$$

$$(51) \quad b_{S_{P_R}} = \text{"eierinntekt pr. produksjonssektornivåenhet"}, \quad \text{Dim} = n_{S_P}$$

$$(52) \quad b_{S_{P_D}} = \text{"kapitalslit pr. produksjonssektornivåenhet"}, \quad \text{Dim} = n_{S_P}$$

$$(53) \quad b_{S_{P_T}} = \text{"netto mottatte avgifter og subsidier pr. produksjonssektornivåenhet"}, \quad \text{Dim} = n_{S_P}$$

Elementene i $b_{S_{P_W}}$, $b_{S_{P_R}}$, $b_{S_{P_D}}$ og $b_{S_{P_T}}$ angir for hver produksjonssektor henholdsvis lønn, eierinntekt, kapital slit og netto ikkerefunderte avgifter og subsidier på mottatte vareleveranser, alt regnet pr. sektornivåenhet.

Prisindeksene for de ulike komponenter av produksjonssektornivå-
prisene kan skrives som lineære funksjoner av hjemmevareprisene.

$$(54) \quad b_{S_{P_W}} = Q_W b_{X_P} + q_W^*$$

$$(55) \quad b_{S_{P_R}} = Q_R b_{X_P} + q_R^*$$

$$(56) \quad b_{S_{P_D}} = Q_D b_{X_P} + q_D^*$$

$$(57) \quad b_{S_{P_T}} = Q_T b_{X_P} + q_T^*$$

Matrisene Q_W , Q_R , Q_D og Q_T og vektorene q_W^* , q_R^* , q_D^* og q_T^* tolkes på samme måte som henholdsvis Q (se (46)) og q^* (se (47)). Det følger av (45) og (49) samt (54)-(57) at

$$(58) \quad Q = Q_W + Q_R + Q_D + Q_T \quad \text{og}$$

$$(59) \quad q^* = q_W^* + q_R^* + q_D^* + q_T^*$$

Det konkrete innhold i (54)-(57) vil avhenge av utformingen av relasjonene for sysselsetting og lønn, eierinntekt, kapitalslit og indirekte skatter og subsidier.