Arbeidsnotater

STATISTISK SENTRALBYRÅ

IO 67/3 Oslo, 15. juli 1967

Tilpassing av arbeidskraften på kort sikt i bedrifter

av

Svein Longva

INNHOLD

Dette arbeid er opprinnelig skrevet som seminaroppgave ved det sosialøkonomiske studium. Forfatteren har stått fritt i valg av opplegg og undersøkelsesmetoder. Arbeidet gjengis her med mindre endringer som forfatteren har ønsket å foreta. Synspunkter og konklusjoner står for forfatterens regning.

1. Prinsippet om opplegget

I denne oppgaven skal jeg bruke en såkalt "partial adjustment model" til å studere atferden som bestemmer arbeidskraftens størrelse på kort sikt i en enkelt bedrift. Jeg er ikke opptatt av å studere atferden som bestemmer sammensetningen av arbeid og kapital på lang sikt.

Problemer i forbindelse med korttidstilpassingen av arbeidskraften er i den senere tid blitt behandlet av en del forfattere, særlig kan nevnes artikler av F Brechling [1] og av R. J. Ball og E. B. A. St. Cyr [2]. Begge artikler bygger på en eksplisitt forutsetning om at bedriftene er omkostningsminimaliserere, en forutsetning som neppe kan sies å være tilfredsstillende i de fleste tilfelle. (Forutsetningen er jo faktisk at bedriftene tar tidsserien for produktmengden som gitt eksogent). E. Kuh [3] har laget en liknende undersøkelse som Brechling, uten å spesifisere forutsetningene særlig eksplisitt.

Jeg skal prøve å drøfte den modellen jeg skal bruke, relativt nøye, slik at forutsetningene kommer klarere fram. Det skal også bli stilt opp modeller med alternative forutsetninger.

I prinsippet er modellen bygd opp på følgende måte:

Den ønskede verdi av modellens avhengige variable på tidspunkt t, $\bar{Y}_t$, er avhengig av den faktiske verdi for den uavhengige variable på tidspunkt t, X_t.

$$(1,1) \quad \bar{Y}_t = aX_t + u_t$$

Bare en fast andel av den "ønskede" tilpassing blir gjennomført i en periode.

$$(1,2) \quad (Y_t - Y_{t-1}) = \lambda(\bar{Y}_t - Y_{t-1})$$

Løser vi (1,1) og (1,2) med hensyn på Y_t (reduserer bort $\bar{Y}_t$) får vi:

$$(1,3) \quad Y_t = a\lambda X_t - (1 - \lambda)Y_{t-1} + \lambda U_t$$

Skillet mellom faktisk verdi, Y_t, og ønsket verdi, $\bar{Y}_t$, er viktig i denne modellen[1]. Vi regner med at tilpassingen tar tid. Videre ser vi at hvis det ikke er seriekorrelasjon i restleddet U_t i (1,1), vil ikke reduseringen gi seriekorrelasjon i restleddet i (1,3). Reduseringen har, i motsetning til den type lag-modeller Koyck[2] har utviklet, ikke endret restleddets stokastiske egenskaper.

1) En modell av denne type er brukt av Z. Griliches i en artikkel i Arnold Harberger: "The Demand for Durable Goods". Chicago 1960.
2) Se L. M. Koyck: "Distributed Lags and Investment Analysis". Amsterdam 1954.

I det følgende skal jeg formulere en modell etter det skjema som er antydet ovenfor.

2. Modell for produsentens markedstilpassing: Alternativ 1.

Vi skal studere atferden til en enkelt bedrift.

For denne bedriften regner vi med at det kan spesifiseres en produksjonsteknisk sammenheng mellom produktmengde og innsatsfaktorer. Både funksjonsformen og parametrene i funksjonen er uavhengige av priser og egenskaper ved det marked bedriften befinner seg i. Det forutsettes at det ikke foregår sløsing i produksjonsprosessen, slik at det for hver gitt kombinasjon av innsatsfaktorer blir produsert en så stor produktmengde som det er tekniske muligheter for.

I denne analysen vil vi forutsette følgende eksplisitte form på produktfunksjonen:

$$(2,1) \quad V_t = A . E_t^{\alpha} . K_t^{\beta} . e^{\gamma t} . e^{ut}$$

V_t = Bruttoproduktet i periode t

E_t = Antall sysselsatte i periode t (gjennomsnitlig)

K_t = Verdi av kapitalen i periode t (gjennomsnitlig)

t = Tiden

e^{ut} = Restledd

Denne produktfunksjonen er av Cobb-Douglas-type. Vi skal ikke her gå nøye inn på alle tekniske egenskaper denne funksjonstypen har[3], men bare trekke fram noen momenter som er av betydning for denne analysen.

Vi legger først merke til at vi har med en trend i produktfunksjonen. Denne trenden skal ta vare på skift over tiden ved endret teknikk. På grunn av at vi ikke klarer å måle kvalitetsendringer i kapitalen, og heller ikke endringer i kvalitet i arbeidsstokken, tar vi med en trend slik at vi får tatt hensyn til slike ting. Det må her understrekes at vi ikke "forklarer" noe med denne trenden, det er bare et forsøk på å ta hensyn til at det "skjer noe" over tiden. Det er vel derfor γ ofte blir kalt "a measure of our ignorance".

Grenseelastisitetene er konstante og lik eksponenten til vedkommende produksjonsfaktor. På hvert tidspunkt vil passuskoeffisienten være lik summen av grenseelastisteten for arbeid og kapital, altså $\varepsilon = \alpha + \beta$.

3) For en presisering av de tekniske egenskaper ved Cobb-Douglasfunksjonen, se: T. Thonstad: "To eksempler på analytiske produktfunksjoner". Memo.1. juni 1964, Sosialøkonomisk institutt.

Isokvantene i et (E,K)-diagram er synkende og krummet mot origo. Dessuten nærmer isokvantene seg aksene uavhengig av nivået for V_t. Dette betyr at E_t og K_t er fullt ut substituerbare med hverandre i produksjonen, selv om mulighetsområdet i praksis ofte vil være meget begrenset.

Etter vanlig produksjonsteori skulle produktmengden være målt ved bruttoproduksjonen, og vareinnsatsen skulle ha gått inn som produksjonsfaktor. Vi vil forutsette at vareinnsatsen, H_t, er proporsjonal med bruttoproduksjonen, X_t; med andre ord at det for å produsere et gitt kvantum X_t, trengs en gitt mengde vareinnsats. Det er altså ikke mulig med noen form for substitusjon mellom f.eks. arbeidskraft og vareinnsats.

Ideelt sett er det de ytelser produksjonsfaktorene gir, som skal være med i produktfunksjonen. For kapital er det f.eks. ikke antall maskiner av en viss type, men antall maskintimer som er av interesse. For arbeidskraft er forholdet tilsvarende. Det er ikke antall arbeidere, men antall timeverk utført med en viss intensitet, vi er ute etter. I praksis er det selvsagt ikke mulig å nå dette ideelle mål. Skal derfor produktfunksjonen ha noen mening, må vi forutsette at produksjonsfaktorene, målt i beholdningsenheter, har en konstant grad av utnyttelse. I hvilken grad dette er oppfylt kan en ikke si noe generelt om, men f.eks. for kapital må denne forutsetningen være nokså tvilsom. Dette gjør at resultatene må tolkes forsiktig. For arbeidskraften skal vi, under forutsetning av at atferden bestemmes ved omkostningsminimalisering, trekke utnyttelsen av arbeidskraften eksplisitt inn.

Når det gjelder de konkrete problemer ved måling av de variable, skal vi komme tilbake til dette i avsnittet om data.

Vi regner ikke med at vi kan beskrive produktfunksjonen eksakt. Restleddet e^{ut} tar opp i seg feilspesifikasjoner som skyldes uteglemte produksjonsfaktorer eller feilspesifikasjon av funksjonsformen. Feilleddet forutsettes å være proporsjonalt med V_t.

Den bedrift vi betrakter, regner vi med er prisfast kvantumtilpasser både på produkt- og faktormarkedene. Realismen i disse forutsetninger skal vi ikke drøfte her, men i forbindelse med det konkrete eksempel vi skal studere. Vi skal også behandle andre mulige forutsetninger.

I denne analysen vil vi regne med at tidsserien for K_t er gitt eksogent i modellen. For det første er det klart at selve kapitalmengden ikke kan varieres mye på kort sikt. Er kapitalen for stor etter bedriftens syn kan den bare minskes ved salg eller depresiering. Er kapitalen for liten kan den økes kun ved nyinvestering. Nyinvestering krever tid og dessuten er bedriften da bundet til den større kapital i en lengre periode. Alt dette taler for at kapitalendringsbeslutningene bygger på vurderinger av langsiktig natur.

Likevel må forutsetningen om eksogent gitt tidsserie for K_t betraktes som tvilsom. Selv på kort sikt vil det foregå en kapitaltilpassing ved endrede økonomiske forhold. Når vi ser bort fra dette er det for det første å forenkle analysen og dessuten ut fra en formening om at virkningen er kvantitativt liten av en slik kortsiktig tilpassing av kapitalen.

Bedriftens profitt kan vi nå definere slik:

$$(2,2)\quad \Pi_t = V_t \cdot P_t - W_{Et} \cdot E_t - F_t$$

P_t = Prisen på V_t
W_{Et} = Lønn pr. sysselsatt
F_t = Eksogent gitte omkostninger

Bedriften forutsettes å være prisfast kvantumtilpasser, og P_t og W_{Et} blir derfor av bedriften betraktet som utenfra gitte størrelser.

Vi skal så forutsette at bedriften har profittmaksimering som tilpassingsformål. Som førsteordensbetingelse for maksimum profitt får vi da, når vi betrakter E_t som eneste handlingsparameter på kort sikt:

$$(2,3)\quad \frac{\delta \Pi_t}{\delta E_t} = P_t \cdot \alpha A \bar{E}_t^{\alpha-1} K^{\beta} e^{\gamma t} - W_t = 0$$

$$(2,4)\quad \bar{E}_t = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A^{\frac{1}{1-\alpha}} K_t^{\frac{\beta}{1-\alpha}} \cdot e^{\frac{\gamma}{1-\alpha}t} \cdot \left(\frac{P_t}{W_{Et}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$\bar{E}_t$ står for den sysselsetting som gir maksimum profitt i periode t. Denne E_t skal vi kalle for <u>den optimale sysselsetting</u>.

Annenordensbetingelsen for maksimumprofitt er at $\alpha < 1$.

Da vi ikke regner med at produktfunksjonen er eksakt spesifisert vil heller ikke (2,4) være det. Vi føyer til et multiplikativt restledd e^{U_t} og får:

$$(2,5)\quad \bar{E}_t = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A^{\frac{1}{1-\alpha}} K_t^{\frac{\beta}{1-\alpha}} e^{\frac{\gamma}{1-\alpha}t} \left(\frac{P_t}{WEt}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} e^{U_t}$$

Hvis det ikke medfører noen omkostninger eller problemer ellers ved å tilpasse seg til den optimale sysselsetting ville vi hatt at $E_t = \bar{E}_t$ hvis vår forutsetning om tilpassingsformål er riktig (Vi regner med at produsenten kjenner $\bar{E}_t$). Men hvis det å endre sysselsettingen medfører omkostninger, må bedriften ta hensyn til dette ved tilpassingen av E_t.

Skal bedriften øke sin arbeidsstyrke, kan dette kreve utgifter til opplæring o.l. Det å ansette en ny arbeider, medfører utgifter i form av annonser, eventuelt avgift til arbeidsformidlingen, og økt innsats fra personalkontorets side. Det å si opp folk medfører utgifter i form av betaling i oppsigelsestiden o.l.

I tillegg til disse økonomiske utgifter i forbindelse med å endre størrelsen på arbeidsstokken, er det selvsagt flere sosiologiske faktorer som gjør at bedriften nødig endre arbeidsstokken. Uvilje mot å ekspandere for sterkt, "forsiktighetsfølelse" og uvilje mot å innskrenke arbeidsstokken, "sosiale følelser", "patriarkalske følelser", kommer inn.

Vi skal så stille opp en ligning som vi kaller den totale tapsfunksjon for bedriften.

(2,6) $M_t = d(E_t - \bar{E}_t)^2 + g(E_t - E_{t-1})^2 \quad d > 0, \; g > 0$

Vi regner med at bedriften har to typer tap.

1) Tap ved ikke å ha tilpasset seg optimalt (optimalt definert som tidligere)

2) Tap ved å endre arbeidsstyrkens størrelse

Vi forutsetter at denne tapsfunksjon kan tilnærmes ved å bruke kvadratiske ledd for de enkelte typer tap. Størrelsen av d og g gir uttrykk for den vekt de to typer tap blir tillagt av bedriften. Svakheten ved relasjonen ligger først og fremst i at tapsfunksjonen er symmetrisk. Med det menes at "omkostningene" er like store ved å redusere arbeidsstyrken med et gitt antall som ved å øke arbeidsstyrken med samme antall. Her er det sikkert rimelig med andre antakelser.

Problemet i (2,6) er å finne den E_t som minimaliserer M_t. Deriverer vi (2,6) med hensyn på E_t og setter dette lik null, får vi førsteordensbetingelsen for minimum tap.

(2,7) $\dfrac{\delta M_t}{\delta E_t} = 2d(E_t - \bar{E}_t) + 2g(E_t - E_{t-1}) = 0$

(2,8) $E_t = \dfrac{d}{d+g} \bar{E}_t + \dfrac{g}{d+g} E_{t-1}$

(2,9) $(E_t - E_{t-1}) = \dfrac{d}{d+g} (\bar{E}_t - E_{t-1})$

Annenordensbetingelsen for minimum er:

$$\frac{\delta^2 M}{\delta E_t^2} = 2d + 2g > 0 \qquad d + g > 0$$

Annenordensbetingelsen er oppfylt ved at vi tidligere har forutsatt d og g begge større enn null.

Konstanten $\frac{d}{d + g} = \lambda$ skal vi kalle for treghetskoeffisienten. Den gir uttrykk for hvor raskt tilpassingen går mot det optimale nivå. Størrelsen av denne koeffisient avhenger av den relative vekt av tap ved ikke å ha den optimale sysselsetting og omkostninger ved å endre sysselsettingen.

Fra betingelsen om $d > 0$ og $g > 0$ følger at $1 > \lambda > 0$.

Det er selvsagt andre måter å tenke seg en ligning som (2,9). Hvis tilpassingsformålet ikke er å maksimere profitten i hver enkelt periode, men over et lengre tidsrom, vil dette gi grunnlag for avvik mellom E_t og $\bar{E}_t$. Vi har jo da definert $\bar{E}_t$ på en slik måte at det kan være optimalt å ha avvik mellom E_t og $\bar{E}_t$. Bedriften kan ha visse formeninger om den framtidige utvikling i P_t og W_{Et} slik at bedriften søker å maksimere profitten over flere perioder. De betingelser vi har lagt på λ er ikke lenger gyldige. Vi kan godt ha $\lambda < 0$ eller $\lambda < 1$ hvis tilpassingsformålet er profittmaksimering over et tidsrom som er lengre enn en periode.

For å få håndterlige regneuttrykk kan vi ikke bruke (2,9) på sin lineære form. Vi skal istedet forutsette at treghetsfunksjonen er lineær i de logaritmiske størrelser. Dette gir oss følgende relasjon:

$$(2,10) \quad \frac{E_t}{E_{t-1}} = \left(\frac{\bar{E}_t}{E_{t-1}}\right)^{\lambda}$$

Tilnærmet sier λ hvor mange prosent større E_t (sysselsettingen i t) er enn E_{t-1} (sysselsettingen i t-1) når $\bar{E}_t$ (den optimale sysselsetting i t) er en prosent større enn E_{t-1}. Hvis $\lambda = 1$, har vi $\bar{E}_t = E_t$ slik at vi ikke har noen treghet i tilpassingen til den optimale sysselsetting. Er $\lambda = 0$, har vi $E_t = E_{t-1}$. Dette betyr at vi ikke har noen endring i sysselsettingen fra t til t-1. Er $\bar{E}_t \neq E_{t-1}$, vil vi altså ikke få noen endring i tilpassing i det hele tatt.

Vi har nå dannet oss en modell som svarer til den vi omtalte i innledningen. Relasjon (2,5) svarer til (1,1) og relasjon (2,10) svarer til (1,2). Modellen vår ser altså slik ut:

$$(2,5) \quad \bar{E}_t = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A^{\frac{1}{1-\alpha}} K_t^{\frac{\beta}{1-\alpha}} e^{\frac{\gamma}{1-\alpha}t} \left(\frac{P_t}{W_{Et}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} e^{U_t}$$

$$(2,10) \quad \frac{E_t}{E_{t-1}} = \left(\frac{\bar{E}_t}{E_{t-1}}\right)^{\lambda}$$

$\bar{E}_t$ er en ikkeobserverbar størrelse. Vi løser (2,5) og (2,10) med hensyn på E_t og reduserer bort $\bar{E}_t$.

Vi omformer først (2,10)

$$(2{,}11)\quad \bar{E}_t = E_t^{\frac{1}{\lambda}} \cdot E_{t-1}^{(1-\frac{1}{\lambda})}$$

Så setter vi E_t i (2,5) lik $\bar{E}_t$ i (2,11), setter uttrykket på logaritmisk form og løser med hensyn på $\log E_t$.

$$(2{,}12)\quad E_t^{\frac{1}{\lambda}} = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot A^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left(\frac{P_t}{W_{Et}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot K_t^{\frac{\beta}{1-\alpha}} \cdot e^{\frac{\gamma}{1-\alpha}t} \cdot E_{t-1}^{(\frac{1}{\lambda}-1)} \cdot e^{U_t}$$

$$(2{,}13)\quad \log E_t = \frac{\lambda}{1-\alpha}(\log\alpha + \log A) + \frac{\lambda}{1-\alpha}\log\frac{P_t}{W_{Et}} + \frac{\beta\lambda}{1-\alpha}\log K_t + \frac{\gamma\lambda}{1-\alpha}t + (1-\lambda)\log E_{t-1} + \lambda U_t$$

Kaller vi $\frac{\lambda}{1-\alpha}(\log\alpha + \log A)$ for a_0 og λU_t for ε_t får vi følgende relasjon:

$$(2{,}14)\quad \log E_t = a_0 + \frac{\lambda}{1-\alpha}\log\frac{P_t}{W_{Et}} + \frac{\beta\lambda}{1-\alpha}\log K_t + \frac{\gamma\lambda}{1-\alpha}t + (1-\lambda)\log E_{t-1} + \varepsilon_t$$

Vi legger merke til at de stokatiske egenskaper til restleddet ε_t er de samme som for U_t (Bare en lineær transformasjon). Reduseringen har ikke endret de stokastiske egenskaper.

Vi har nå fått en relasjon med sysselsettingen E_t som endogen variabel og med P_t, W_{Et}, K_t, t og E_{t-1} som forklaringsvariable. P_t, W_{Et}, K_t og t er eksogene variable, mens E_{t-1} er en predeterminert variabel.

Før vi studerer (2,14) nærmere på grunnlag av et observasjonsmateriale skal vi se litt på en alternativ modell.

3. Modell for produsentens markedstilpassing: Alternativ 2

Ved utledning av relasjon (2,4) har vi brukt en forutsetning om profittmaksimering. Vi skal nå se hvordan modellen blir seende ut hvis vi forutsetter at produktmengden V_t er gitt eksogent i vår modell. Dette betyr med andre ord at hele tidsrekken for V_t er gitt og at tilpassingsformålet er omkostningsminimalisering. Om disse forutsetninger kan passe på vårt problem, skal vi drøfte i forbindelse med omtalen av den konkrete undersøkelse. Det vil da også bli foretatt en sammenlikning med forutsetningen om profittmaksimering.

Vi må gjøre en del endringer i modell 2 hvis den skal kunne brukes til å analysere omkostningsminimalisering. Ser vi på (2,1), og husker på at

X_t nå er gitt eksogent, vil E_t være entydig bestemt når K_t, som før, blir betraktet som eksogen variabel. Det er ikke plass for noen form for avveiinger i form av omkostningsminimalisering i et slikt skjema. Vi vil derfor gi produktfunksjonen en noe annen form, der vi gir plass for avveiinger fra bedriftens side. I produkfunksjonen er det arbeidskraftens tjenester som prinsipielt bør inngå. Arbeidskraftens ytelser i produksjonen består av to komponenter, nemlig antall sysselsatte og "utnyttelsesgraden". "Utnyttelsesgraden" for hver sysselsatt vil vi presisere til å være antall timeverk med en viss intensitet som blir satt inn i produksjonen av produktet. Vi kaller dette for antall produktive timer pr. arbeider. Det arbeidskraftsbegrep som etter dette skal være med i produktfunksjonen er $(E \cdot h)_t$, hvor h er antall produktive timer pr. arbeider[1]. Bedriften kan altså velge mellom ulike størrelser for E_t og h_t for å oppnå samme størrelse på arbeidskraftens ytelse i produksjonen.

Produktfunksjonen blir etter dette seende slik ut:

$$(3,1) \quad V_t = A(E \cdot h)_t^{\alpha} \cdot K_t^{\beta} \cdot e^{\gamma t} \cdot e^{S_t}$$

Vi skal se litt nærmere på h_t. La oss tenke oss at det ved lov eller avtale er fastsatt en normalarbeidstid, n, f.eks. 8 timer pr. dag eller 45 pr. uke. Hvis den faktiske arbeidstid er lik denne normalarbeidstiden og hele arbeidstiden blir fullt utnyttet til produksjon av V_t, vil vi ha $h = n$. Hvis det blir arbeidet overtid, har vi $h > n$. Denne normalarbeidstiden kan ofte også betraktes som en minimumsarbeidstid i den forstand at så sant en person er sysselsatt, er arbeidstiden minimum n. Hvis det av ulike grunner er slik at denne arbeidstiden ikke blir fullt utnyttet i produksjonen av V_t (f.eks. tomgang, reparasjonsarbeider i slakke perioder) vil $h < n$.

Vi skal så se nærmere på lønningssystemet. Først kan vi tenke oss at vi har følgende: W_1 står for den lønn som blir gitt pr. time hvis arbeidstiden er n. Samtidig er n den tid bedriften minimum må betale for hvis den skal ha en person sysselsatt. Det er altså knyttet en fast kostnad til hver sysselsatt, nemlig $n \cdot W_1$. Hvis arbeidstiden er lengre enn n, blir det betalt overtid med W_2 pr. time.

W_h (effektiv lønn) vil vi definere som lønn pr. produktivt timeverk (h). Bruker vi de symboler vi har innført ovenfor, har vi:

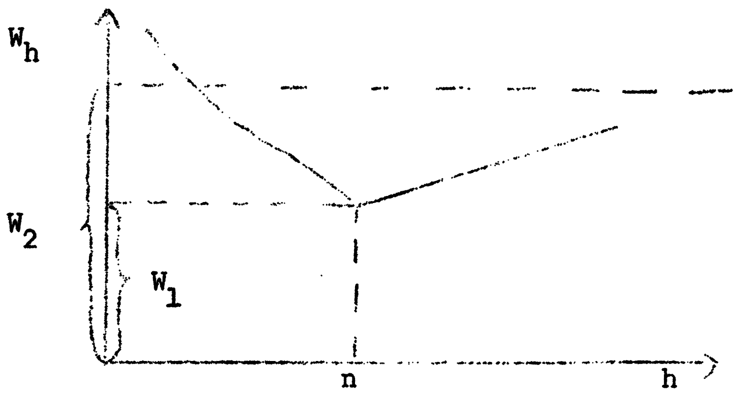
$$W_h = \frac{n \cdot W_1}{h} \qquad h = n \quad , \quad h < n$$

$$W_h = \frac{n \cdot W_1}{h} + \frac{(h - n)W_2}{h} \qquad h > n$$

1) Bruken av $(E.h)_t$ som arbeidskraftsbegrep, og det lønningssystem som er innført, er nærmere omtalt av Ball og Cyr i [2]

W_h er altså ikke en konstant, men en variabel avhengig av h.

Under de forutsetninger som er skissert ovenfor vil vi få denne sammenheng mellom W_h og h:



Tolking av figuren ovenfor er intuitivt enkel. Hvis bedriften ikke klarer å utnytte arbeidskraften fullt ut i produksjonen ved normalarbeidstid, blir den effektive lønn selvsagt større enn den nominelle. Når h = n blir arbeidskraften akkurat utnyttet og $W_h = W_1$. Må bedriften benytte seg av overtid, blir $W_h > W_1$.

Denne figuren er avhengig av det spesielle lønningssystemet vi har bygd på. Men selve forløpet av kurven har større generalitet. Så sant det finnes et element av faste omkostninger ved å ha en person sysselsatt, vil kurven for W_h først falle for siden å stige. Ligningen for sammenhengen mellom W_h og h kan vi da beskrive ved en 2. gradsfunksjon.

(3,2) $W_h = a - bh + ch^2$

Omkostningsfunksjonen kan vi nå formulere ganske enkelt ved å bruke W_h:

(3,3) $C_t = W_h(E \cdot h)_t$

C_t = totale omkostninger (bortsett fra vareinnsats).

$(E \cdot h)_t$ er en gitt størrelse for bedriften på hvert tidspunkt. (Se (3,1)). Når vi skal minimalisere C_t, får vi derfor minimum ved å minimalisere W_h.

Førsteordensbetingelsen for minimum W_h er $h = \frac{b}{2c}$. Annenordensbetingelsen gir at $c > 0$. Setter vi $h = \frac{b}{2c}$ inn i (3,1) får vi:

(3,4) $V_t = A(\bar{E} \cdot \frac{b}{2c})_t^{\alpha} \cdot K_t^{\beta} - e^{\gamma t} \cdot e^{S_t}$

Den E_t som gir minimum omkostninger under forutsetning av at W_t er eksogent gitt, kaller vi i dette tilfellet for den optimale sysselsetting, $\bar{E}_t$.

$$(3,5)\quad \bar{E}_t = \frac{2c}{A^{\frac{1}{\alpha}} b} V_t^{\frac{1}{\alpha}} e^{-\frac{\gamma t}{\alpha}} \cdot K_t^{-\frac{\beta}{\alpha}} e^{-\frac{1}{\alpha} S_t}$$

Dette er pr. definisjon den optimale sysselsetting (antall personer) under forutsetning av omkostningsminimalisering.

På samme måte som i modell 2 forutsetter vi at det er en viss "treghet", i tilpassingen av E_t til det optimale nivå.

$$(3,6)\quad \frac{E_t}{E_{t-1}} = \left(\frac{\bar{E}_t}{E_{t-1}}\right)^{\lambda}$$

Tolkingen av (3,6) er den samme som for (2,10), bortsett fra at definisjonen for $\bar{E}_t$, optimal sysselsetting, ikke er den samme i de to tilfelle.

Løser vi (3,5) og (3,6) med hensyn på E_t (reduserer bort $\bar{E}_t$), får vi, hvis vi setter de variable på logaritmeform:

$$(3,6)\quad \log E_t = a_0 + \frac{\lambda}{\alpha} \log V_t - \frac{\lambda\beta}{\alpha} \log K_t - \frac{\lambda\gamma}{\alpha} t + (1-\lambda) \log E_{t-1} + s_t$$

$$a_0 = \lambda \log \frac{2c}{A^{\frac{1}{\alpha}} b}, \quad s_t = -\frac{\lambda}{\alpha} S_t$$

På samme måte som i alternativ 1 endrer ikke de stokastiske egenskaper til restleddet seg ved reduseringen.

4. Synspunkter på brukbarheten av modellalternativene på data for norske cellulosebedrifter

I det foregående har vi stilt opp to modeller som bygger på ulike markedsforutsetninger og ulike forutsetninger om tilpassingsformål. Vi skal anvende modellene på et materiale som er hentet fra 17 norske cellulosebedrifter i perioden 1960 - 1964[1]. Vi skal se litt på hva som karakteriserer markedene for disse bedriftene.

For det første er markedet for cellulose et marked med mange tilbydere og mange etterspørrere, og ingen av de bedrifter vi ser på, har spesielle preferanser innenfor en del eller hele markedet. Produktet har preg av å være en stapelvare som har en nokså ensartet kvalitet (når vi ser bort fra skillet mellom sulfat- og sulfitcellulose), slik at det bare i liten utstrekning kan snakkes om merkevarer eller andre former for kjennetegn som skiller produktene fra de ulike bedrifter fra hverandre.

1) For nærmere beskrivelse av materialet vises det til vedlegg om data.

En del land har tollmurer og/eller importkvoter for cellulose. På tilbudssiden har det i en del av den perioden vi betrakter (1960-1964) vært en avtale mellom de nordiske celluloseprodusenter om ikke å utnytte produksjonskapasiteten fullt ut. Bortsett fra dette, som neppe kan sies å være av avgjørende betydning når en skal karakterisere markedet for norsk cellulose, kan en regne med at det er fri prisdannelse på cellulosemarkedet.

For den enkelte norske produsent må det fortone seg som om hans produksjon ikke har noen betydning for verdensmarkedets priser slik at vi ut fra dette med meget stor grad av rimelighet, kan forutsette at den enkelte norske celluloseprodusent handler som en prisfast kvantumtilpasser.

En del momenter kan tale for at vi har en annen markedstype. Produksjonskapasiteten er avgrenset oppover på hvert tidspunkt slik at grenseomkostningene stiger tilnærmet loddrett ved nådd kapasitetsgrense. Bedriftene søker å sikre sin ønskede produksjon i periode t ved å inngå avtaler i perioden t - 1 både overfor selger av råstoffet og kjøper av produktet. Året i forveien blir tømmerpriser avtalt og leveringsavtaler inngått. På produktsiden blir det inngått salgsavtaler for lengre perioder (f.eks. ½ år, 1 år), ofte med klausul om regulering av prisene etter verdensmarkedets med visse mellomrom. Ut fra dette kan en kanskje slutte at V_t kan betraktes som eksogen og at omkostningsminimalisering er et relevant tilpassingsformål. Men det er ikke bare innen hver periode at V_t må være eksogen, hele tidsserien for V_t må være eksogen skal forutsetningen for modell 3 være oppfylt.

Det er etter min mening noe tvilsomt å påstå at f.eks. P_{t-1} (prisen på produktet i t-1) ikke har noen innvirkning på de avtaler som blir gjort om levering av råstoff og om salg av produktet i periode t.

Konklusjonen må derfor bli at en forutsetning om prisfast kvantumtilpassing og profittmaksimering (alternativ 1) synes mer rimelig enn en forutsetning om eksogent gitt produksjon og omkostningsminimalisering (alternativ 2). Det vil likevel være interessant å se hvor ulike estimatene på strukturparametrene blir med ulike markedsforutsetninger. Er forskjellen stor, er det en advarsel om at en må være svært nøye med spesifiseringen av markedsformen.

Nå er det klart at vi ser bare på to markedsformer, mens det selvsagt kan tenkes mange andre. Når vi sier at alternativ 1 er mer realistisk enn alternativ 2, er dette selvsagt bare en bedømmelse dem i mellom. Den "virkelige" markedsform trenger selvsagt ikke å være noen av dem.

5. Modellenes stokastiske forutsetninger

Til å estimere koeffisientene i relasjon (2,14) og (3,6) skal vi bruke et tverrsnitt- og tidsrekkesampel som består av observasjoner for 17 cellulosebedrifter i perioden 1960 - 1964[1].

Relasjon (2,14) skal vi formulere slik:

$$(5,1) \quad \log E_{it} = a_0 + a_1 \log\frac{P_{it}}{W_{iEt}} + a_2 \log K_{it} + a_3 t + a_4 \log E_{it-1} + \varepsilon_{it}$$

$$(i = 1,2 \ldots\ldots 17)$$
$$(t = 1,2 \ldots\ldots 5)$$

Vi forutsetter altså at alle koeffisientene er like for alle bedrifter og konstante over tiden. Disse forutsetninger skal vi modifisere senere.

For restleddet ε_{it} skal vi gjøre følgende forutsetninger:

(a) $E(\varepsilon_{it}) = 0$ for alle i og t

(b) $E(\varepsilon_{it})^2 = \sigma^2$ for alle i og t

(c) $E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{j\tau}) = 0$ for alle $i \neq j$ og/eller $t \neq \tau$.

Reduseringen av alternativ 1 til (2,14) har ikke endret de stokastiske egenskaper til U_t i (2,5). Forutsetningene (a) og (b) betyr derfor at vi for hver bedrift har forutsatt at U_t i (2,5) har forventning 0 og konstant varians.

Videre forutsettes variansen på restleddet å være lik for alle bedrifter, uansett størrelse. Dette er neppe en ubetinget rimelig antakelse, i alle fall så lenge vi forutsetter identiske produktfunksjoner for alle bedrifter. Som nevnt skal vi modifisere denne forutsetning.

Forutsetning (c) sier blant annet at det ikke er noen korrelasjon mellom ε_{it} for de enkelte bedrifter på et gitt tidspunkt eller seriekorrelasjon i restleddet for en enkelt bedrift. Dette betyr at de stokastiske avvik fra strukturrelasjonen er uavhengige både mellom bedriftene og over tiden. Denne forutsetning om at det ikke er seriekorrelasjon mellom restleddene i hver enkelt bedrift, kan avledes av tilsvarende forutsetninger om U_t i (2,5). Hvis vi i (2,5) har utelatt forklaringsvariable eller spesifisert funksjonsformen galt, kan forutsetningen om at det ikke er seriekorrelasjon i U_t (og dermed i ε_{it}) for hver enkelt bedrift bli tvilsom.

Den modellen vi har formulert i_p(5,1),er en autoregressiv modell. Ved siden av de eksogene variable $\log \frac{P_{it}}{W_{iEt}}$, $\log K_{it}$ og t har vi den endogene

1) For nærmere omtale av observasjonsmaterialet og definisjoner av de variable, vises til vedlegget om data.

variable i t-1, log E_{it-1}, som forklaringsvariabel. Med de forutsetninger vi ovenfor har gjort om restleddet kunne vi ha brukt minste kvadraters metode og fått effisiente estimatorer for koeffisientene (minimum varians blant lineære forventningsrette estimatorer) hvis vi ikke hadde hatt log E_{it-1} som forklaringsvariabel. Men i den autoregressive modellen vil ikke observasjonssettene være stokastisk uavhengige på grunn av at restleddet og log E_{it-1} ikke er stokastisk uavhengige[1]. Dermed er ikke alle forutsetninger for minste kvadraters metode oppfylt.

Nå kan det vises at når antall observasjoner går mot uendelig, vil estimatorer basert på minste kvadraters metode beholde sine optimalegenskaper, selv om endogene variable for tidligere perioder forekommer blant de forklaringsvariable[2]. Dette sier oss i grunnen lite i og med at vi ikke har noe stort sampel. Men E. Malinvaud hevder i sin bok "Statistical Methods of Econometrics" s. 456 at vi vanligvis ikke gjør noen alvorlig feil ved å bruke minste kvadraters metode til å estimere koeffisientene i en autoregressiv modell. Dette er selvsagt under forutsetning av at de andre forutsetninger som minste kvadraters metode bygger på, er oppfylt. Bruken av t-tester blir derimot noe tvilsom da vi ikke har kontroll over sannsynlighetsnivået.

Relasjon (3,6) skal vi formulere slik:

$$(5,2) \quad \log E_{it} = b_0 + b_1 \log V_{it} - b_2 \log K_{it} - b_3 t + b_4 \log E_{it-1} + s_{it}$$

$$(i = 1,2 \ldots\ldots 17)$$
$$(t = 1,2 \ldots\ldots 5)$$

Egenskapene til restleddet s_{it} forutsettes å være analoge med de som ble oppgitt for ε_{it} i (5,1).

6. Resultater og tolkinger

Resultatene av de ulike regresjonskjøringene vi har foretatt, er gjengitt i vedlegg I. Vi skal imidlertid behandle de viktigste resultater noe mer inngående.

Før har vi brukt E_{it}, antall sysselsatte, som mål for arbeidskraften. Vi skal nå også alternativt bruke N_{it}, antall timeverk utført, som mål for arbeidskraften. For nærmere omtale og definisjon vises til avsnittet om data.

1) Se J. Johnston: "Econometric Methods" s 212.
2) Se E. Malinvaud" "Statistical Methods of Econometrics" s 453.

Vi skal først se på resultatet av estimeringen av (5,1).

$$(6,1)\quad \log E_{it} = \underset{(0,113)}{-0{,}037 + 0{,}206} \log \frac{P_{it}}{W_{iEt}} + \underset{(0,032)}{0{,}085} \log K_{it} - \underset{(0,0097)}{0{,}012}\, t + \underset{(0,045)}{0{,}842} \log E_{it-1}$$

$$R^2 = 0{,}96934$$

$$(6,2)\quad \log N_{it} = \underset{(0,128)}{-0{,}022 + 0{,}377} \log \frac{P_{it}}{W_{iNt}} + \underset{(0,036)}{0{,}076} \log K_{it} + \underset{(0,012)}{0{,}004}\, t + \underset{(0,052)}{0{,}861} \log N_{it-1}$$

$$R^2 = 0{,}96552$$

R^2 er den multiple korrelasjonskoeffisient, eller for å si det populært: Den del av variasjonen i den endogene variable som blir forklart av de høyreside-variable. Tallene i parentes er standardavvik for estimatene.

Det første vi legger merke til, er det relativt store estimat på koeffisienten foran log $E_{i,t-1}$ (eller log $N_{i,t-1}$). λ, som sier hvor raskt tilpassingen går mot det "optimale nivå", blir da liten[1], 0,158 i (6,1) og 0,139 i (6,2). Resultatene tyder altså på at tilpassingen foregår meget langsomt. Mulige årsaker til dette har vi omtalt under behandlingen av selve modellen. Forskjellen mellom 1 - λ i (6,1) og (6,2) er ikke signifikant når vi tar hensyn til de estimerte standardavvik.

Av regresjonsligningene ser vi videre at hvis prisen på produktet stiger med 1 prosent mer enn lønningene, alt annet uforandret, vil antall sysselsatte gå opp med ca. 0,20 prosent, og antall timeverk utført med 0,37 prosent. Men standardavvikene for disse punktestimatorene er så store (henholdsvis 0,11 og 0,13) at forskjellen mellom 0,20 og 0,37 ikke kan tillegges utsagnskraft. En øking i kapitalmengden med 1 prosent vil gi ca. 0,08 prosent øking i sysselsettingen, både målt i antall og i timeverk (med et standardavvik på ca. 0,03).

Estimatet på koeffisienten foran t har ulikt fortegn i (6,1) og (6,2). Bruker vi en t-test[2] med nivå 0,95, får vi ikke forkasting av en hypotese om at koeffisienten er 0. Dette gjelder både (6,1) og (6,2). Tiden er en variabel som skiller seg ut fra de andre i og med at den antar samme verdi bedriftene i mellom. Dette gjør at vi, med en tidsrekke på bare 5 år, ikke kan regne med å få særlig godt bestemte estimat på koeffisienten.

1) Koeffisienten foran log $E_{i,t-1}$ (eller log $N_{i,t-1}$) er 1-λ, se (2,14) side 7.
2) Strengt tatt må vi forutsette at restleddene er normalt fordelte hvis vi skal bruke en t-test. Men for tilstrekkelig stort sampel vil vi ut fra sentralgrenseteoremet, vanligvis kunne regne med at estimatene er tilnærmet normalt fordelte, da de kan uttrykkes som summer av uavhengige stokastiske variable. Går vi ut fra dette, kan vi konstruere tester med tilnærmet testnivå. Se H.T.Amundsen: Innføring i teoretisk statistikk. Hefte III, s. 99. Vi har sett bort fra de problemer som oppstår i og med at vi har en autoregressiv modell.

For å se hvilken betydning det har for de øvrige estimater, har vi estimert koeffisientene i (5,1) når vi tar bort trendleddet. Det er det samme som å ta bort trendfaktoren i produktfunksjonen (2,1). Resultatene av estimeringen blir:

$$(6,3)\quad \log E_{it} = \underset{}{-0,056} + \underset{(0,092)}{0,284} \log \frac{P_{it}}{W_{iEt}} + \underset{(0,031)}{0,079} \log K_{it} + \underset{(0,044)}{0,850} \log E_{i,t-1}$$

$$R^2 = 0,96881$$

$$(6,4)\quad \log N_{it} = -0,015 + \underset{(0,091)}{0,347} \log \frac{P_{it}}{W_{iNt}} + \underset{(0,034)}{0,080} \log K_{it} + \underset{(0,050)}{0,856} \log N_{i,t-1}$$

$$R^2 = 0,96547$$

Sammenlikner vi (6,3) og (6,1), ser vi at estimatet foran $\log \frac{P_{it}}{W_{iEt}}$ er noe større i (6,3) enn i (6,1), men hvis vi tar hensyn til spredningen på estimatene kan en ikke påstå at estimatene er signifikant forskjellige. For de andre estimatene er det bare små ulikheter mellom (6,1) og (6,3).

Sammenlikner vi (6,4) med (6,2), er det bare ubetydelige endringer.

Særlig er det interessant å merke seg stabiliteten i estimatet på $(1 - \lambda)$. Både i (6,1), (6,2), (6,3) og (6,4) kommer vi ut med et estimat på λ på omkring 0,15. Også for estimatet på koeffisienten foran $\log K_{it}$ er det en stor likhet, med små forskjeller mellom de ulike regresjonsligninger.

Tolkningen av de enkelte ledd er som for (6,1) og (6,2). Det eneste er at forskjellen av virkningen på sysselsetting målt i henholdsvis E_{it} og N_{it} av at prisen på produktet går opp med 1 prosent mer enn lønningene, er mindre når vi ikke har med t som forklaringsvariabel.

Personlig tror jeg at (6,3) og (6,4) gir et "riktigere" bilde.

Føyingsegenskapene, målt ved R^2, er noe dårligere i (6,3) og (6,4) enn i (6,1) og (6,2). Det å ha en ekstra høyresidevariabel vil gi lik eller vanligvis større R^2, slik at dette ikke er noe overraskende. Men vi ser at "den forklarte del" av variasjonen i den venstresidevariable er ubetydelig mindre når vi skyter ut t som forklaringsvariabel, slik at vi kan si at trendfaktoren ikke forklarer noe særlig ekstra av variasjonen i sysselsettingen.

Vi skal så se på resultatet av estimeringen av koeffisientene i (5,2) som bygger på eksogent gitt V_{it} og omkostningsminimalisering som atferdsmønster.

$$(6{,}5)\quad \log E_{it} = -0{,}49 + \underset{(0{,}021)}{0{,}078} \log V_{it} + \underset{(0{,}033)}{0{,}013} \log K_{it} - \underset{(0{,}008)}{0{,}019}\, t + \underset{(0{,}041)}{0{,}865} \log E_{it-1}$$

Som vi måtte vente, gir denne modellen et noe annet bilde enn alternativ 1. Koeffisienten foran t er her signifikant forskjellig fra null, mens koeffisienten foran log K_{it} ikke er det (testnivå 0,95).

Det som er mest interessant er at estimatet på $(1 - \lambda)$ (se (5,1)), og dermed på λ, er praktisk talt det samme som ved alternativ 1. Tolkingen av dette er at den relative fart i utjevningen av forskjellen mellom faktisk og optimal sysselsetting er den samme uavhengig av om den optimale sysselsetting er definert som i alternativ 1 eller som i alternativ 2. Dette er også et rimelig resultat, en kan a priori tenke seg at kriteriene for optimal sysselsetting ikke påvirker hastigheten i utjevningen av forskjellen mellom faktisk og optimal sysselsetting. Årsakene til dette må vi søke i måten modellen er bygd opp på.

7. Er det systematiske forskjeller mellom store og små bedrifter ?

Vi har hittil gått ut fra at koeffisientene i relasjon (5,1) og dermed α, β, γ, λ er de samme for alle bedrifter og konstante over tiden. Dette betyr f.eks. at grenseelastisiteten β for kapital er den samme uansett bedriftens størrelse.

Det er ikke vanskelig å tenke seg en hypotese om at en eller flere av koeffisientene α, β, γ, λ og konstantleddet a er forskjellig alt etter størrelsen på bedriften. Når det gjelder α og β kan slike ting som stordriftsfordeler komme inn. Store bedrifter har kanskje mulighet for å gjøre seg bedre nytte av tekniske framskritt enn små bedrifter, slik at γ er ulik. For λ kan vi få ulikheter mellom bedriftstyper alt etter hvordan tilpassingsmulighetene er.

For å få litt innsikt i en del av de problemstillinger som er nevnt ovenfor, er bedriftene delt i to grupper etter størrelsen på arbeidsstokken. (Det er nok noe uheldig å gruppere etter en avhengig sariabel). Da arbeidsstokkens størrelse i de enkelte bedrifter endret seg mye i løpet av observasjonsperioden, er det ikke mulig å finne en inndeling som er gyldig i hele perioden. Inndelingen ble derfor foretatt på denne måte:

1. Bedrifter med mellom 100 og 300 ansatte i 1959 i gruppe 1 (i alt 12 bedrifter).
2. Bedrifter med mer enn 300 ansatte i 1959 i gruppe 2 (i alt 5 bedrifter).

Antall sysselsatte i de 17 bedrifter var i 1959 følgende: 191, 464, 173, 161, 352, 278, 246, 276, 149, 533, 135, 1 366, 440, 166, 245 og 238 (ordnet etter nummerrekkefølge for bedriftene).

Når vi ikke har foretatt noen finere oppdeling, skyldes dette blant annet at problemet med bedrifter som skifter gruppe i observasjonsperioden ville bli enda større. I løpet av perioden sank nemlig antall sysselsatte nokså meget i de fleste bedrifter, slik at blant annet to av de bedrifter som hadde over 300 ansatte i 1959, hadde noe under 300 i 1964. Det er derfor forskjellen mellom bedriftene etter størrelsesgrupperingen slik den var i 1959, vi skal studere. Konklusjonene blir selvsagt påvirket av dette.

Vi skal, som et eksempel på den test-teknikk som kan brukes, se hvordan vi kan få testet en hypotese om at β er forskjellig i de to bedriftstyper. Vi innfører en ny variabel, Z, (en dummyvariabel) som antar verdien 0 når vi har bedriftsgruppe 1 og verdien 1 når vi har bedriftsgruppe 2. Istedenfor β i koeffisienten foran log K_t i (2.12) innfører vi $(\beta_1 + Z(\beta_2 - \beta_1))$. β_1 blir kapitalens grenseelastisitet i bedriftsgruppe 1 og β_2 kapitalens grenseelastisitet i bedriftsgruppe 2.

$$(7.1)\quad \log E_{it} = a_0 + \frac{\lambda}{1-\alpha}\log\frac{P_{it}}{W_{iEt}} + \frac{\lambda}{1-\alpha}(\beta_1 + Z(\beta_2 - \beta_1))\log K_{it} + \frac{\lambda}{1-\alpha}t$$

$$+ (1-\lambda)\log E_{i,t-1} + \varepsilon_t$$

$$(7.2)\quad \log E_{it} = a_0 + \frac{\lambda}{1-\alpha}\log\frac{P_{it}}{W_{iEt}} + \frac{\lambda}{1-\alpha}\beta_1\log K_{it} + \frac{\lambda}{1-\alpha}(\beta_2 - \beta_1)Z\log K_{it}$$

$$+ \frac{\lambda}{1-\alpha}t + (1-\lambda)\log E_{i,t-1} + \varepsilon_t$$

På samme måte som tidligere kan vi teste hypotesen om koeffisientene ved hjelp av en t-test. Har vi f.eks. en hypotese om at $\beta_2 = \beta_1$, får vi

$$H_0:\ \frac{\lambda}{1-\alpha}(\beta_2 - \beta_1) = 0 \qquad \text{mot } H_1:\ \frac{\lambda}{1-\alpha}(\beta_2 - \beta_1) \neq 0$$

Vi har estimert koeffisientene i (7.2) når sysselsettingen er målt i antall timeverk, N_{it}.

$$(7.3)\quad \log N_{it} = -0{,}030 + \underset{(0{,}129)}{0{,}376}\log\frac{P_{it}}{W_{iNt}} + \underset{(0{,}036)}{0{,}076}\log K_{it} - \underset{(0{,}0034)}{0{,}0002}\,Z\log K_{it}$$

$$+ \underset{(0{,}012)}{0{,}004}\,t + \underset{(0{,}059)}{0{,}862}\log N_{i,t-1}$$

Tallene i parentes er standardavviket til estimatet.

Bruker vi her en to-sidig t-test med testnivå 0,95, får vi ikke forkasting av nullhypotesen om at $\beta_2 = \beta_1$.

På samme måter som ovenfor kan vi teste hypoteser om at a) konstantleddet, b) γ (trendelastisiteten) er den samme i begge bedriftsgrupper. Også i disse tilfelle får vi ikke forkasting av hypotesen[1].

For λ og α kan vi ikke lage tilsvarende enkle tester på grunn av at disse inngår i flere av koeffisientene i (2.14).

Vi har testet en og en koeffisient, men ofte er vi ikke interessert i betydningen av bedriftsgrupperingen for en koeffisient, men for flere samtidig. Formålet vil da være å teste om bedriftsgrupperingen er uten betydning for noen av koeffisientene, men ikke nødvendigvis for alle.

Som eksempel skal vi se på et tilfelle der vi ikke har med t som forklaringsvariabel, men har dummy-skift i a_0 og β.

$$(7.4)\quad \log N_{it} = a_0 + a_5 Z + \frac{\lambda}{1-\alpha}\log\frac{P_{it}}{W_{iNt}} + \frac{\lambda}{1-\alpha}\beta_1 \log K_{it} + \frac{\lambda}{1-\alpha}(\beta_2 - \beta_1) Z \log K_{it}$$

$$+ (1-\lambda)\log N_{i,t-1} + \varepsilon_t$$

$$H_0:\ \frac{\lambda}{1-\alpha}(\beta_2 - \beta_1) = a_5 = 0$$

H_1: minst en av koeffisientene, $(\beta_2 - \beta_1)$ og a_5, er forskjellig fra null.

Testen består i å forkaste H_0 når

$$F_{K,N-n-K} = \frac{R_2^2 - R_1^2}{1 - R_2^2}\ \frac{N-n-K}{K} > f_{K,N-n-K}(1-e);\ \text{testnivå } e.$$

N er sampelstørrelsen, n er antall regresjonskoeffisienter i modellen, K er antall koeffisienter vi har hypoteser om. R_2^2 og R_1^2 er de multiple korrelasjonskoeffisienter ved de to regresjonsberegninger der de K koeffisienter som er gjenstand for test henholdsvis er med og er utelatt. $f_{K,N-n-K}(1-e)$ er (1-e) fraktilen i F-fordelingen for K og N-n-K frihetsgrader[2].

Estimerer vi koeffisientene i (7.4), får vi:

$$(7.5)\quad \log N_{it} = \underset{(0,434)}{-0,163 + 0,271\, Z} + \underset{(0,093)}{0,349}\log\frac{P_{it}}{W_{iNt}} + \underset{(0,039)}{0,091}\log K_{it}$$

$$- \underset{(0,040)}{0,025}\, Z \log K_{it} + \underset{(0,058)}{0,86}\log N_{i,t-1}$$

1) For empiriske resultater av disse regresjoner, se Vedlegg I, Resultater
2) En utledning av testmetoden finnes i S.S.B. håndbøker nr. 22. Se også H.T. Amundsen: Innføring i teoretisk statistikk. Hefte III. Kap. 9.3.e.

$$F_{2,\ 85-6-2} = \frac{0{,}96564 - 0{,}96547}{1 - 0{,}96564} \cdot \frac{(85-6-2)}{2} = 0{,}189$$

$$f_{2,85-6-2} = 3{,}12$$

$F < f$, vi får ikke forkasting av H_0.

Konklusjonen på disse forsøk på å splitte bedriftene opp i to størrelsesgrupper, blir altså at vi ikke får forkastet vår hypotese om at koeffisientene er like i de to grupper.

Et par momenter gjør at konklusjonene kanskje ikke er så interessante. For det første bygger bedriftsinndelingen på størrelsesforholdene i 1959. Den hypotese vi ikke får forkastet, er derfor at koeffisientene er like i de to gruppene bedrifter som var henholdsvis "store" og "små" i startåret for undersøkelsen. Dessuten har vi ikke fått testet alle koeffisientene, nemlig ikke α og λ. Problemet med at vi har en autoregressiv modell går selvsagt igjen i hele avsnittet.

8. Strukturparametrene estimert via den reduserte form

Til å estimere parametrene i (5.1) og (5.2) har vi brukt minste kvadraters metode. Relasjonene (5.1) og (5.2) er reduserte former av henholdsvis (2.5), (2.10) og (3.5), (3.6). Fra estimatene av de reduserte former kan vi så finne estimater for strukturparametrene α, β, γ, λ. Vi har da brukt indirekte minste kvadraters metode til å estimere strukturparametrene. Problemet med identifikasjon kommer inn her. Men hvis vi, som i vårt tilfelle, har eksakt identifikasjon av strukturrelasjonen, vil indirekte minste kvadraters estimatorene for strukturparametrene være konsistente estimatorer(viser bort fra problemene ved at vi har en autoregressiv modell). Hvis restleddet er normalfordelt vil både minste kvadrater estimatorene for den reduserte formen og de avledede estimatorer for strukturparametrene være sannsynlighetsmaksimeringsestimatorer[1]. Bruk av andre estimeringsmetoder, som two-stages least squares, gir samme resultat som indirekte minste kvadraters metode.

1) Se J. Johnston: Econometric Methods s. 253

De empiriske resultater for estimeringen av strukturparametrene for modellalternativ 1 er stilt sammen i en tabell:

Avledede parametre	Med $\frac{P_{it}}{W_{iEt}}$, K_{it} og t som eksogene variable		Med $\frac{P_{it}}{W_{iEt}}$, K_{it} som eksogene variable	
	Sysselsettingen målt i antall sysselsatte Relasjon (6.1)	Sysselsettingen målt i antall timeverk utført Relasjon (6.2)	Sysselsettingen målt i antall sysselsatte Relasjon (6.3)	Sysselsettingen målt i antall timeverk utført Relasjon (6.4)
α	0,235	0,630	0,474	0,590
β	0,414	0,202	0,278	0,229
γ	-0,056	0,011		
λ	0,158	0,139	0,149	0,144
Passus koef.				
α + β	0,649	0,832	0,752	0,819

Som vi ser, er det stor forskjell mellom de ulike estimater for strukturparametrene. Dette gjelder særlig mellom (6.1) og de andre. Årsaken til forskjellene ligger i at spredningen på estimatene for de reduserte former forplanter seg til estimatene for strukturparametrene slik at også disse blir ubestemte. Vi legger ellers merke til at passuskoeffisientene er betydelig under 1 for alle relasjoner. For (6.2), (6.3) og (6.4) ligger estimatene for α og β på et nivå som vi a priori ville synes var "rimelig".

De avledede estimater for α, β og γ ved alternativ 2 er: (Sysselsettingen er målt i antall sysselsatte) $\alpha = 1{,}730$, $\beta = -0{,}167$ $\gamma = 0{,}244$ $\lambda = 0{,}135$.

Som vi ser er de avledede estimater for strukturparametrene helt ulike de vi fikk ved alternativ 1. Dette er en advarsel om at hvis vi tar feil av bedriftens strategiske type og tilpassingsformål vil våre estimater være lite verd. Som før nevnt synes alternativ 1 å være en bedre beskrivelse av markeds- og tilpassingsforholdene enn alternativ 2, men det er selvsagt mulig at en tredje modell er "den riktige". Dette gjelder at vi må tolke resultatene meget forsiktig og hele tiden ha de bakenforliggende forutsetninger klart for seg.

9. En test av tregheten i arbeidskraftstilpassingen

La oss tenke oss at vi ikke har den treghetsmekanismen som er beskrevet i ligning (2.10), men at vi bare ser på ligning (2.5). (Vi tenker oss da at $\bar{E}_t$ alltid er lik E_t). Denne ligning blir da en vanlig relasjon mellom en engogen variabel og to eksogene variable. (Vi ser bort fra tiden som forklaringsvariabel). Dessuten tenker vi oss at restleddet er seriekorrelert.

Dette kan eksempelvis skyldes utelatte variable, feilspesifikasjon av funksjonsformen o.l. Modellen blir da seende slik ut:

$$(9.1)\ \log E_{it} = A + B \log K_{it} + C \log \frac{P_{it}}{W_{iEt}} + U_{it}$$

$$(9.2)\ U_{it} = \rho U_{i,t-1} + e_{it}$$

Vi forutsetter at seriekorrelasjonen lar seg uttrykke som i (9.2), altså på lineær form med samme ρ for alle bedrifter. Restleddet e_{it} forutsetter vi har de egenskaper vi har forutsatt for ε_{it} i avsnitt 4.

Setter vi (9.2) inn i (9.1) får vi:

$$(9.3)\ \log E_{it} = A + B \log K_{it} + C \log \frac{P_{it}}{W_{iEt}} + \rho \log E_{i,t-1} - \rho A - \rho B \log K_{i,t-1} - \rho C \log \frac{P_{i,t-1}}{W_{iEt-1}} + e_{it}$$

$$(9.4)\ \log E_{it} = A + B \log K_{it} + C \log \frac{P_{it}}{W_{iEt}} + \rho \log E_{it-1} - F \log K_{it-1} - H \log \frac{P_{it-1}}{W_{iEt-1}} + e_{it}$$

Hvis vi ved minste kvadraters metode estimerer koeffisientene i en ligning av formen

$$(9.5)\ \log E_{it} = a + b \log K_{it} + c \log \frac{P_{it}}{W_{iEt}} + e \log E_{it-1} + \varepsilon_{ti}$$

som vi har gjort i (6.3), vil vi kunne få "rimelige" estimater og redusert korrelasjon i de estimerte restledd på tross av at denne funksjonen er uriktig, og (9.1) og (9.2) er den korrekte modell[1]. Altså kan en slik modell som vi har sett på tidligere, gi pene resultater selv om vår forutsetning om treghet i tilpassingen er gal, bare det er seriekorrelasjon i restleddet i (2.5). Vi kan ikke få testet om det er seriekorrelasjon i restleddet i (2.5), fordi innføringen av den laggede endogene variable som høyresidevariable vil i seg selv vanligvis føre til reduksjon i seriekorrelasjonen i restleddet.

1) Se Zvi Griliches: "A note on serial correlation bias in estimates of distributed lags". Econometrica Vol. 29.

Hvis vi estimerer koeffisientene i (9.4), kan vi få et holdepunkt til å skille mellom de to hypoteser (9.5) (dannet av (2.5) og (2.10), hvis vi ser bort fra t, og (9.4) (dannet av (9.1) og (9.2)). Er estimatene $\hat{F} = -\hat{\rho}.\hat{B}$ og $\hat{H} = -\hat{\rho}\,\hat{C}$, vil vi kunne konkludere med at (9.4) er den "riktige" beskrivelse av den økonomiske mekanisme, ikke (9.5).

Det er klart at det må være meget liten teststyrke ved en slik test. Vi har jo bare sett på to alternativer, blant uendelig mange muligheter. Men hvis (9.4) og (9.5) er de to eneste teorier vi har for vårt problem, kan testen gi oss litt større innsikt.

Resultatet av estimeringen av parametrene i (9.4) ble

$$(9.6)\quad \log E_{it} = -0{,}128 + \underset{(0{,}150)}{0{,}326} \log K_{it} + \underset{(0{,}171)}{0{,}552} \log \frac{P_{it}}{W_{iEt}} + \underset{(0{,}044)}{0{,}858} \log E_{i,t-1}$$

$$- \underset{(0{,}142)}{0{,}244} \log K_{it-1} - \underset{(0{,}162)}{0{,}298} \log \frac{P_{it-1}}{W_{iEt-1}}$$

$-\hat{\rho}\hat{B} = -0{,}858 - 0{,}326 = -0{,}279;\quad \hat{F} = -0{,}244$

$-\hat{\rho}\hat{C} = -{,}858\ .\ 0{,}552 = -0{,}474;\quad \hat{H} = -0{,}298$

Vi må her konkludere med at vår test ikke tyder på at det er en modell av type (9.1), (9.2) som har generert data. Men vi kan selvsagt heller ikke dra den positive konklusjon at data er generert av en modell av typen (2.5), (2.10).

English summary

A Short Term Employment Function in the Norwegian Pulp Industry

The variables included in the analysis are:

N_{it} : Man-hours worked in establishment No. i in year t;

V_{it} : Value-added at constant prices in establishment No. i in period t;

K_{it} : Real capital at constant prices in establishment No. i in the middle of period t;

P_t : A price index (the same for all establishments) for value-added;

W_{it} : Wages per man-hour in establishment No. i in period t;

t : Time

The employment function used to describe short term adjustments in the labour stock of the pulp manufacturing industry has been derived from model assumptions that can be briefly described as follows:

Production, measured by value-added at constant prices, is related to man-hours worked and to the stock of real capital by a production function of the Cobb-Douglas type (a trend component is also included).

$$(1)\quad V_{it} = AN_{it}^{\alpha}\, K_{it}^{\beta}\, .\, e^{\gamma t}$$

On the assumption that each firm adjusts the labour stock so as to maximise, for each period, $P_t V_{it} - W_{it} N_{it}$ (treating P_t, W_{it} and real capital, K_{it}, as exogenously given), one would obtain

$$(2)\quad \frac{W_{it} N_{it}}{P_t V_{it}} = \alpha$$

as a (necessary) condition for maximum. However, the solutions obtained from (1) and (2) do not take into account that certain labour cost elements other than W_{it} may effect significantly the current adjustment of the labour stock. Extra costs are involved if the changes in the labour force are not kept within rather close limits. One way of bringing in such factors is to interprete the solution for N_{it} (= $\bar{N}_{it}$, say) of (1) and (2) as the desired level (in the absence of extra cost elements) of labour and, in addition, to

1) For discretionary reasons the basic data covering 85 individual observations (17 establishments in 5 years) cannot be given. The sample includes all establishments having more than 100 employees in 1963. The source of the data is the annual Industrial Statistics of the Central Bureau of Statistics.

assume that the effect of the extra costs is that the actual rate of adjustment depends on the ratio of current period desired level, $\bar{N}_{it}$, to the previous period actual level, N_{it-1};

$$(3) \quad \frac{N_{it}}{N_{it-1}} = \left(\frac{\bar{N}_{it}}{N_{it-1}}\right)^{\lambda}$$

It follows from (1), (2) and (3) - remembering that $\bar{N}_{it}$ should now replace N_{it} in (1) and (2) - that the (natural) logarithm of N_{it} may be expressed in the form

$$(4) \log N_{it} = a_0 + a_1 \log \frac{P_t}{W_{it}} + a_2 \log K_{it} + a_3 t + a_4 \log N_{it-1} + u_{it};$$

$$i = 1,2,\ldots\ldots,17$$
$$t = 1,2,3,4,5;$$

where a random term, u_{it}, has been added, and where

$$a_1 = \frac{\lambda}{1-\alpha}; \quad a_2 = \frac{\beta\lambda}{1-\alpha}; \quad a_3 = \frac{\gamma\lambda}{1-\alpha}; \quad a_4 = 1-\lambda; \; a_0 = \frac{\lambda}{1-\alpha}. \log(\alpha A).$$

For the u_{it} the following assumptions were made:

$$E(u_{it}) = 0, \text{ for all } i \text{ and } t$$

$$E(u_{it}, u_{j\tau}) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{when } i = j \text{ and } t = \tau \\ 0 & \text{for all other } (ij) - (t\ ) \text{ combinations.} \end{cases}$$

Ordinary least squares has been used to estimate the parameters. (note, however, that the optimal properties of least squares estimators are affected by the fact that $N_{i,t-1}$ appears on the right-hand side of (4)).

The following estimates were obtained from regressions based on (4).

	(a) All terms included	(b) Trend term not included
Constant term (a_0)	-0,022	-0,015
a_1	0,377 (0,128)	0,348 (0,091)
a_2	0,076 (0,036)	0,080 (0,034)
a_3	0,004 (0,012)	
a_4	0,861 (0,052)	0,856 (0,050)
Multiple correlation coefficient (squared) R^2	0,96552	0,96547

In this model the structural parameters are exactly identified. The derived estimates of the structural parameters are:

	(a) All terms included	(b) Trend term not included
$\hat{\alpha}$	0,630	0,590
$\hat{\beta}$	0,202	0,229
$\hat{\gamma}$	0,011	
$\hat{\lambda}$	0,139	0,144

Litteraturhenvisninger

[1] F. Brechling: The relationship between output and employment in British Manufacturing Industries. The Review of Economic Studies. July 1965.

[2] R.J. Ball, E.B.A.St. Cyr: Short term employment functions in British Manufacturing Industry. The Review of Economic Studies. July 1966.

[3] Edvin Kuh: Cyclical and Secular Labour Productivity in United States Manufacturing. The Review of Economics and Statistics. February 1965.

Vedlegg om data[1)]

Data er hentet fra industristatistikken 1959, 1960, 1961, 1962, 1963, 1964 og Bedriftstellingen 1963. Statistisk Sentralbyrå har på grunnlag av dette materiale bygd opp et register over store bedrifter, med de viktigste opplysningene som industristatistikken gir. Utvalget av bedriftene ble tatt på grunnlag av foretakenes størrelse. Alle bedrifter som tilhører (eller selv er) et foretak med over 100 ansatte, er med. Arbeidet med etableringen av dette registeret var nokså vanskelig, men dette skal jeg ikke komme inn på her.

Jeg plukket ut de bedrifter som var klassifisert som cellulosebedrifter, 24 i alt. Da jeg trenger tall for alle bedrifter i hele perioden 1959-1964, måtte én gå ut fordi den først ble startet i 1962 og én gå ut fordi den ble nedlagt i 1964. De bedrifter som hadde under 100 ansatte, men er kommet med i registeret fordi de tilhører et foretak med over 100 ansatte, ble også skilt ut, i alt 5. Dette ble gjort fordi utvalgskriteriet bør være det samme for alle bedrifter. Bedrifter med under 100 ansatte som ikke er med i noe foretak, er nemlig ikke med i registeret. Problemet med bedrifter som ble større eller mindre enn 100 ansatte i løpet av perioden dukket ikke opp.

I alt har vi da 17 cellulosebedrifter som i hele perioden har over 100 ansatte, og vi regner med at vi har fått med alle bedrifter av denne type.

For hvert år har vi disse opplysninger for hver enkelt bedrift. Alle verdistørrelser er i løpende priser.

E_f = Antall funksjonærer (gjennomsnittlig)
L_f = Verdi av lønnsutbetalinger til funksjonærene
E_a = Antall arbeidere (gjennomsnittlig)
L_a = Verdi av lønnsutbetalinger til arbeiderne
F_a = Antall timeverk utført av arbeiderne
X = Bruttoproduksjonsverdien
M = Råstoffutgifter
E = Emballasjeutgifter
B = Brenselsutgifter
J_a = Investeringer, nyanskaffelser
J_v = Investeringer, vedlikehold og reparasjoner

Fra industristatistikken 1959 og Bedriftstellingen 1963 har vi verdien av realkapitalen uttrykt ved "full brannforsikringsverdi".

1) På grunn av grunnmaterialets konfidensielle karakter kan data for de enkelte bedrifter ikke oppgis.

Vi skal så se på hvordan vi ut fra disse kilder som her er omtalt og andre, har konstruert de variable vi trenger i analysen.

1. Sysselsetting

a) Antall sysselsatte, E_t

E har vi ganske enkelt definert slik: $E_t = E_{tf} + E_{ta}$

b) Antall timeverk utført i en periode, N_t

N_t har vi definert slik: $N_t = \dfrac{\frac{F_{ta}}{E_{ta}}}{\frac{F_{Ta}}{E_{Ta}}} \cdot \dfrac{(E_{ta} + E_{tf})}{(E_{Ta} + E_{Tf})}$

$\frac{F_{ta}}{E_{ta}}$ er gjennomsnittlig antall timeverk utført pr. arbeider. T er det år vi har valgt som basisår. (For regresjonsberegningene er det uten betydning hvilket år vi velger som basisår, i alle tilfelle blir det bare en skalær størrelse). Vi forutsetter altså at den relative endring i antall timeverk pr. år er like stor for arbeidere som for funksjonærer. Dessuten forutsettes at en funksjonærs ytelse i produksjonen i basisåret T kan settes lik en arbeiders ytelse samme år.

2. Bruttoproduktet V_t, i faste priser

Som omtalt tidligere blir bruttoproduktet V_t brukt som mål for produksjonen. Pr. definisjon har vi at $V_t = X_t - M_t - E_t - B_t = X_t - H_t$. I omtalen av produktfunksjonen ble det også forutsatt at $H_t = \alpha X_t$. A priori er det mye som taler for at forutsetningen gir god tilnærmelse for celluloseindustrien. Det er ikke urimelig å tenke seg at for å produsere så og så mange tonn cellulose trengs det så og så mange kubikkmeter tømmer. Særlig store variasjonsmuligheter er det neppe her. En annen ting er at alle avfallsproduktene kan utnyttes mer eller mindre intensivt til ulike andre kjemiske produkter. Men i prinsippet skal ikke disse produkter komme med i produksjonsverdien for cellulosefabrikkene. På grunn av at cellulosebedriftene i mange tilfelle er deler av et større foretak vil det ofte være vanskelig å skille de enkelte bedrifter fra hverandre, slik at det nok er en feilkilde her.

Når det gjelder brenselsutgifter, er nok ikke forholdet så opplagt. Her kan vi nok finne at f.eks. storbedriftens fordeler gjør seg gjeldende. Hvor alvorlig feil vi gjør ved å sette $H_t = \alpha X_t$, er det vanskelig å si noe generelt om, men personlig mener jeg det betyr lite i vår analyse om vi bruker bruttoproduktet istedenfor bruttoproduksjonen.

Vi har deflatert V_t med en prisindeks som er dannet på grunnlag av nasjonalregnskapets oppgaver over bruttoprodukt i hele celluloseindustrien i faste og løpende priser. Dette er selvsagt en tilnærmelse, ideelt sett skulle vi hatt en prisindeks for hver enkelt bedrift, slik at en kunne få tatt hensyn til individuelle ulikheter i pris på produksjon og innsatsfaktorer. Men dette lar seg neppe gjøre i praksis. Vi har jo dessuten forutsatt at bedriftene er prisfaste kvantumtilpassere både i produkt- og faktormarkedene, noe som gir lite rom for ulikheter bedriftene i mellom.

3. Pris for bruttoproduktet

Vi har brukt den prisindeks som er omtalt i avsnittet ovenfor, nemlig forholdet mellom bruttoprodukt i løpende og faste priser[1]. I indeksen P_t har vi satt 1963 = 100.

4. Lønn

a) Lønn pr. sysselsatt, W_{Et}

Vi har definert lønn pr. sysselsatt slik: $W_{Et} = \frac{L_{ta} + L_{tf}}{E_{ta} + E_{tf}}$.

W_{et} står altså for den gjennomsnittlige årslønn pr. sysselsatt. Det er klart at vi på denne måten dekker over mange ulikheter. Arbeidskraftens sammensetning på arbeidere - funksjonærer, faglært - ufaglært o.l. kommer ikke fram. Det er derfor langt fra opplagt at W_{Et} er noe egnet mål for pris på arbeidskraft. Men som så ofte ellers må en nøye seg med det nest beste.

b) Lønn pr. timeverk, W_{Nt}

W_{Nt} er definert slik: $W_{Nt} = \dfrac{L_{ta} + L_{tf}}{\frac{F_{ta}}{E_{ta}}(E_{ta} + E_{tf})}$. Svakheten ved dette

målet er den samme form som for W_{Et}, i tillegg kommer de tidligere omtalte problemer ved målet $\frac{F_{ta}}{E_{ta}}(E_{ta} + E_{tf})$.

I regresjonsberegningene inngår bare forholdet $\frac{P_t}{W_{Et}}$ eller $\frac{P_t}{W_{Nt}}$.

I og med at P_t er på indeksform må vi ha W_{Et} og W_{Nt} på indeksform også for å få en forståelig tolkning av brøken. Vi har derfor dannet indekser for W_{Et} og W_{Nt} med 1963 = 100.

1) For nærmere omtale både av volumberegningene og prisberegningene i nasjonalregnskapet viser jeg til "Nasjonalregnskap 1865-1960", Statistisk Sentralbyrå, Oslo 1965.

5. Kapital

a) Full brannforsikringsverdi 31/12 1959 og 31/12 1963[1)]

Industristatistikken for 1959 og Bedriftstellingen 1963 gir opplysninger om "full brannforsikringsverdi" for a) bygninger og anlegg og b) maskiner i hver enkelt bedrift. Oppgavene er verditall i løpende priser.

Det er to spørsmål som reiser seg i denne forbindelse: 1. Svarer bedriftene riktig på spørsmålet om "full brannforsikringsverdi" ? 2. Hva betyr "full brannforsikringsverdi" ?

Når det gjelder spørsmål 1, foreligger det en undersøkelse Statistisk Sentralbyrå gjorde i 1957. 122 større firma ble spesielt undersøkt ved intervju for å finne ut om spørsmålene i industristatistikken ble oppfattet riktig. Hovedinntrykket var at opplysningene om kapital (full brannforsikringsverdi) var stort sett meget gode. Når det gjelder de mindre bedrifter, som ofte bare forsikrer deler av sin kapital, er nok opplysningene betydelig mindre å stole på. Vi har, som nevnt, bare med bedrifter med over 100 ansatte. Disse må en stort sett regne med har fullassurert kapitalen slik at spørsmålet blir oppfattet og besvart riktig.

"Full brannforsikringsverdi" blir fastsatt så nær markedsverdien (hva det vil koste å kjøpe nøyaktig samme realkapital) som mulig av forsikringsselskapene. Selskapene har spesielle folk som ikke har annen oppgave enn å følge med i verdiendringen til kapitalen i de enkelte bedrifter. Det er klart at det er særlig i de litt større bedrifter dette blir gjort grundig.

Brannforsikringsverdien blir vanligvis korrigert hvert år. Det blir da blant annet tatt hensyn til følgende: 1. Generelle prisendringer på a) bygninger og b) maskiner og annet utstyr, 2. Spesielle prisendringer for f.eks. en spesiell maskintype, 3. Nye kapitalgjenstander.

Konklusjonen på denne drøfting må bli at de kapitalverditall vi har for 1959 og 1963, med rimelig presisjon gir uttrykk for markedsverdien (salgsverdien) av realkapitalen på de to tidspunkter.

For en bedrift (nr. 12) mangler kapitalverditallene for 1959. Dessuten må de oppgitte tall for 1959 forkastet for bedrift nr. 6 på grunn av at de helt opplagt er for små. Det samme gjelder bedrift nr. 16 for 1963. Årsaken begge steder er at foretaket ikke har klart å fordele kapitalen på de enkelte bedriftene. Vi "mangler" altså kapitaltall for to bedrifter i 1959 og for en bedrift i 1963.

Det blir spurt etter kapital eid, ikke etter kapital brukt. Dette kan føre til rare resultater hvis bedriftene leier mye av sin kapital. I celluloseindustrien spiller leid kapital liten rolle.

1) Dette avsnitt bygger for en del på Vidar Ringstad: "Economics of scale in Manufacturing and the form of the Production function. Some Preliminary results". 10/6 1966.

b) Bruttoinvestering 1960, 1961, 1962, 1963, 1964

Vi har bruttoinvesteringene i løpende priser for hver av bedriftene fra industristatistikken. Feilkildene er her mange og til dels alvorlige. Vi skal nevne noen.

1) Oppgavene er ufullstendige. Ofte er enkelte poster helt uteglemt eller så er noen utgifter som skal føres under posten bruttoinvesteringer blitt ført f.eks. under posten hjelpestoffer. Bakgrunnen for dette kan være at bedriftene og Statistisk Sentralbyrå har ulike definisjoner av bruttoinvestering. Slike feil som dette er det i mange tilfelle umulig å kontrollere ved revidering av skjema.

2) Reparasjoner og vedlikehold, som er en del av bruttoinvesteringene blir for lavt anslått. Dette kommer særlig av at anslagene ofte er skjønnsmessige. Dette problem har en av og til også ved nyanskaffelser.

Konklusjonen her blir, etter min mening, at bruttoinvesteringstallene må regnes som usikre. Vanligvis vil anslagene være for lave.

c) Kapitalberegningene

a) og b) er de data industristatistikken gir oss til å bestemme kapitalverdien Q_t (t = 59,..., 64) (Q_t er kapitalverdien ved slutten av periode t). Hvilken metode vi skal bruke for å finne Q_t, vil avhenge av hvilket kapitalbegrep vi har bruk for i produktfunksjonen. Vi skal ikke gå særlig nøye inn på dette, men bare trekke fram noen synspunkter som er relevante for det datamaterialet vi har.

For det første er det langt fra opplagt at markedsverdien til kapitalen gir uttrykk for "kapitalens produksjonsevne". En kan vel si at kapitalens markedsverdi gir uttrykk for den neddiskonterte avkastning, men dette har ingen direkte relevans til produksjonsevnen på et gitt tidspunkt. Kapitalens alderssammensetning vil ha mye å si for markedsverdien, men det er ikke noe i veien for at en 3 år gammel og en 6 år gammel maskin av samme type har samme produksjonsevne på et gitt tidspunkt. Ved sammenlikninger mellom bedrifter kan disse forhold være meget viktige. Våre data er altså prinsipielt lite egnet til bruk i produktfunksjonen.

Det første beregningsproblem vi møter, er å få kapitaltallene for 1959 og 1963 over på samme fastprisbasis. Det finnes prisindekser for bruttoinvesteringen i henholdsvis bygg og anlegg og maskiner for industri under ett. Disse er bygd på prisindekser fra leverende sektor. Vi deflaterte 1959-tallene med disse prisindeksene (1963 = 100). Dette betyr at vi har benyttet forholdet mellom gjenanskaffelseskostnadene i løpende og faste priser som deflateringsfaktor, etter den retrospektive metode[1]. Vi tar altså ikke hensyn til den forbedring i teknikk som har funnet sted.

Bruttoinvesteringstallene ble også deflatert. Nå har vi ikke investeringstallene splittet opp i anlegg, bygninger og maskiner. Vi måtte derfor konstruere en felles indeks som et veid gjennomsnitt av delindeksene. Vektene var forholdet mellom bruttoinvesteringene i bygg og anlegg og maskiner for treforedlingsindustrien under ett. (1963 = 100). Vi fikk altså en felles prisindeks for alle bedriftene uansett sammensetningen av investeringene. Da prisutviklingen er ulik for maskiner og bygninger fører dette til en meget grov tilnærmelse til den "riktige" indeks.

På denne måte fikk vi konstruert fastpristall for kapital 1959 og 1963 og for bruttoinvesteringene 1960, 1961, 1962, 1963 og 1964. Som nevnt før, regnes kapitaltallene 1959 og 1963 å være av bedre kvalitet enn bruttoinvesteringstallene. Dessuten kommer at deflateringen er bedre for kapitaltallene. Dette fører oss til den konklusjon at vi holder fast ved tallene for Q_{i59} og Q_{i63} og så prøver å beregne Q_{it} for de mellomliggende år. Q_{i64} skal vi komme tilbake til senere (i står for bedriftsnummer).

Vi har følgende definisjonsmessige sammenheng:

(1) $$Q_{it} = Q_{i,t-1} + J_{it} - D_{it}$$

J_{it} = bruttoinvesteringene i år t i bedrift i.

D_{it} = kapitalslitet i år t i bedrift i.

Alle størrelser er regnet i faste priser.

Vi vil benytte en lineær nedskrivningsmetode. (Dette er den enkleste regneteknisk sett). Vi forutsetter at kapitalslitet i år t, D_t, er proporsjonalt med kapitalmengden Q_t ved utgangen av året.

(2) $$D_{it} = k_i Q_{it}$$

Nettoinvesteringene i en periode er definert som økingen i kapitalbeholdningen.

(3) $$\sum_{t=60}^{63} I_{it} = Q_{i63} - Q_{i59} \qquad \text{eller}$$

(4) $$\sum_{t=60}^{63} J_{it} - \sum_{t=60}^{63} D_{it} = Q_{i63} - Q_{i59}$$

---

1) Se Odd Aukrust og Juul Bjerke: Realkapital og økonomisk vekst 1900-1956. Artikler nr. 4. Statistisk Sentralbyrå. 1958.

For hver bedrift får vi dessuten, ved å sette t = 60, 61, 62 og 63 i (1) og (2), følgende likninger:

(5) $Q_{i60} = Q_{i59} + J_{i60} - D_{i60}$ (9) $D_{i60} = k_i Q_{i60}$

(6) $Q_{i61} = Q_{i60} + J_{i61} - D_{i61}$ (10) $D_{i61} = k_i Q_{i61}$

(7) $Q_{i62} = Q_{i61} + J_{i62} - D_{i62}$ (11) $D_{i62} = k_i Q_{i62}$

(8) $Q_{i63} = Q_{i62} + J_{i63} - D_{i63}$ (12) $D_{i63} = k_i Q_{i63}$

(4) kan utledes av (9), (10), (11) og (12) slik at vi bare har 8 uavhengige likninger. Q_{i59}, Q_{i63}, J_{i60}, J_{i61}, J_{i62}, J_{i63} er gitt ved observasjoner, mens D_{i60}, D_{i61}, D_{i62}, D_{i63}, Q_{i60}, Q_{i61}, Q_{i62} og k_i kan finnes ved å løse likningssystemet.

Som vi ser, vil løsningen bli komplisert. Vi benyttet oss derfor av en enkel interasjonsmetode som viste seg å gi en meget god tilnærmelse. For å finne en tilnærmelse til k_i (vi kaller tilnærmelsen for q_i) tok vi det gjennomsnittlige kapitalslitet i perioden og dividerte med den gjennomsnittlige kapitalmengde i perioden.

$$\frac{\frac{\sum_{t=60}^{63} D_{it}}{4}}{\frac{Q_{i63} + Q_{i59}}{2}} = \frac{\sum_{t=60}^{63} J_{it} - (Q_{i63} - Q_{i59})}{\quad} \cdot 2 = q_i$$

Setter vi (2) inn i (1) og løser med hensyn på $Q_{i,t-1}$, får vi

(13) $$Q_{i(t-1)} = Q_{it}\,(1 + k_i) - J_{it}$$

Vi satte den beregnede verdi q_i inn i (13) og beregnet $\hat{Q}_{i62}$, $\hat{Q}_{i61}$, $\hat{Q}_{i60}$ og $\hat{Q}_{i59}$ ved hjelp av Q_{i63} og J_t (t = 60, 61, 62, 63). Den beregnede verdi $\hat{Q}_{i59}$ var for de fleste gruppers vedkommende meget nær den observerte Q_{i59}, noe som viser at vår tilnærmelse for k_i var god. For noen grupper måtte vi korrigere q_i noe for å få bedre samsvar mellom $\hat{Q}_{i59}$ og Q_{i59}.

De beregnede q_i varierte mellom -0,025 til +0,215. At q_i er negativ, kommer av at den observerte bruttoinvestering er mindre enn den observerte nettoinvestering. Årsakene til dette kan være mange, men disse er trolig de viktigste: De observerte data har som tidligere beskrevet mange alvorlige svakheter. Dette gjelder etter min mening særlig bruttoinvesteringstallene som trolig er for lave. I tillegg til dette kommer at våre deflateringer inneholder mange store svakheter. Det er også mulig at det er foretatt en oppvurdering av kapitalen i løpet av perioden.

Som nevnt før, er det tallene for kapital i 1959 og 1963 som etter min mening er de sikreste. Går vi ut fra disse to faste punkter, kan vi si at vi er interessert i å finne størrelsen på kapitalen i de mellomliggende år. Vi mener videre at variasjonene i kapitalen for årene mellom 1959 og 1963 må ha noe med bruttoinvesteringene å gjøre. Vi trenger ikke å uttrykke oss sterkere enn at store bruttoinvesteringer øker kapitalverdien mer enn små bruttoinvesteringer og at de observerte bruttoinvesteringstall ikke sier noe om de absolutte størrelser, men kan brukes til å danne en indeks for bruttoinvesteringene i perioden. Da vil likning (13) være en fornuftig måte å beregne kapitalen i de mellomliggende år på. q_i er jo søkt beregnet slik at kapitalen skal vokse så mye som observert av kapitaltallene fra 1959 og 1963. For små investeringstall blir "oppveid" av "liten" q_i.

For de tre bedriftene der vi mangler kapitaltall for enten 1959 eller 1963, måtte vi velge en k_i etter skjønn. Vi fant fram noen bedrifter som syntes å ha gode tall for investeringene. Den beregnede k_i for disse bedriftene lå alle i området 0,045 til 0,07. Forskjellene kunne for en del føres tilbake til ulik sammensetning av kapitalen. Dette tok vi hensyn til ved den skjønnsmessige fastleggelse av k_i. Q_{it} (t = 60, 61, 62 og 63 eller 59) ble så beregnet fra formel (13). Den metoden som her er beskrevet, er selvsagt meget ufullkommen, men det er vanskelig å se andre metoder som er bedre uten å gi uforholdsmessig mye arbeid.

Q_{i64} ble beregnet ved å bruke de verdier av k_i vi fant for de bedrifter med "gode" investeringsoppgaver og så benytte likning (13). Også her tok vi noe hensyn til kapitalens sammensetning ved fastlegging av k_i.

De tall vi på denne måten har fått, er tall pr. 31/12. Vi er interessert i et slags årsgjennomsnitt for kapitalen. Den gjennomsnittlige kapitalverdi i t definerte vi slik:

$$K_{it} = \frac{Q_{it} + Q_{i,t-1}}{2}$$

Konklusjonen på denne omtalen av kapitaltallene må bli at tallmaterialet er svakt. En kan overveie om data er så dårlige at det neppe er særlig nyttig å bruke for mye tid på kapitalberegningene. Dette er også bakgrunnen for at jeg har funnet det lite hensiktsmessig å bruke for mange finesser i beregningene. Vi må bare huske på at kapitaltallene bygger på svakt grunnlag når vi tolker resultatene av regresjonsberegningene.

Resultater av regresjonsberegningene

Modell		(6,1)		(6,2)		(6,3)		(6,4)	
Uavhengig variabel; regresjonskoeffisient		Koeffisient	Standardavvik	Koeffisient	Standardavvik	Koeffisient	Standardavvik	Koeffisient	Standardavvik
Konstantledd	a_0	-0,037		-0,022		-0,056		-0,015	
Log $E_{i,t-1}$	a_4	0,843	0,0448			0,850	0,0444		
Log $N_{i,t-1}$	a_4			0,861	0,0521			0,856	0,0499
Log $\frac{P_{it}}{W_{iEt}}$	a_1	0,206	0,1133			0,284	0,0919		
Log $\frac{P_{it}}{W_{iNt}}$	a_1			0,377	0,1278			0,348	0,0911
Log K_{it}	a_2	0,085	0,0315	0,076	0,0358	0,079	0,0311	0,080	0,0341
t	a_3	-0,012	0,0097	0,004	0,0123				
R^2		0,9693		0,9655		0,9688		0,9655	

Resultater av regresjonsberegningene

Modell		(7,3)		(7,5)		Modell med dummy for konstantledd		Modell med dummy for trendledd	
Uavhengig variabel; regresjonskoeffisient		Koeffisient	Standardavvik	Koeffisient	Standardavvik	Koeffisient	Standardavvik	Koeffisient	Standardavvik
Konstantledd	a_0	-0,030		-0,163		-0,113		-0,031	
Log N_{it}	a_4	0,862	0,0593	0,861	0,0576	0,861	0,0590	0,862	0,0561
Log $\frac{P_{it}}{W_{iNt}}$	a_1	0,376	0,1290	0,349	0,0930	0,377	0,1270	0,376	0,1289
Log K_{it}	a_2	0,076	0,0360	0,091	0,0389	0,076	0,0361	0,076	0,0360
t	a_3	0,004	0,0124			0,037	0,0124	0,004	0,0129
Z				0,271	0,4338	-0,020	0,0374		
Z log K_{it}		-0,0002	0,0035	-0,025	0,0401				
Zt								-0,0008	0,0098
R^2		0,9655		0,9656		0,9655		0,9655	