Arbeidsnotater

STATISTISK SENTRALBYRÅ

IO 63/4 Oslo, 31. desember 1963

Ref.: PS/GH, 3/10-63

Utkast til begrepsmessig ramme for en dynamisk budsjetteringsmodell

Av

Per Sevaldson

Ikke for offentliggjøring. Dette notat er et arbeidsdokument og kan siteres eller refereres bare etter spesiell tillatelse i hvert enkelt tilfelle. Synspunkter og konklusjoner kan ikke uten videre tas som uttrykk for Statistisk Sentralbyrås oppfatning.

Utkast til begrepsmessig ramme for en dynamisk budsjetteringsmodell

Opplegget her er en lett modifisert form av et opplegg jeg arbeidet med for en "Pilot model" for planlegging i India. Hovedpoenget er å få kapitaldannelsen og tidsperspektivet inn i modellen. Prisene er foreløpig holdt utenfor, bare arbeidslønnen forutsettes å være variabel.

De variable og koeffisientene vil bli definert etter som de oppstår.

A. Balanselikningene:

$$(1)\quad X_i^t + X_{i+1}^t + \ldots + X_{i+m_i-1}^t + \beta_i^t = \Sigma_j\, a_{ij}^t X_j^t + \Sigma_j\, b_{ij}^{ot}(X_j^t - X_j^{t-1})$$

$$+ \sum_{k>o} \sum_j b_{ij}^{kt} (\overline{X}_j^{t+k} - \overline{X}_j^{t+k-1} + D_{ij}^{t+k}) + c_i^t R^t + d_i^t M^t + y_i^t$$

$$(i = 1,\ m_1,\ m_1+m_2, \ldots, N_j \qquad t = 1, 2, \ldots)$$

X_i^t = Produksjon i sektor i i periode t. (En variabel i modellen.)

m_i = Tallet på sektorer som produserer produkt nr. i. Det forutsettes at sektorer som produserer samme vare nummereres fortløpende.

β_i^t = Import av produkt nr. i i periode t. (En variabel i modellen.)

a_{ij}^t = Behovet for produkt nr. i som løpende vareinnsats pr. enhet produsert i sektor j i periode t. (En strukturkoeffisient i modellen.) Det forutsettes at all vareinnsats trenges i samme periode som den da produktet fremkommer.

b_{ij}^{ot} = Behovet for innsats av produkt nr. i pr. enhet øking av produksjonen i sektor j i periode t. (En strukturkoeffisient i modellen.) Det forutsettes at b_{ij}^{ot} stort sett gjelder behovet for lager, slik at dette leddet i relasjonen gjelder også ved nedgang i produktmengden.

b_{ij}^{kt} = Behovet for innsats av produkt nr. i i periode t pr. enhet øking av produksjonskapasiteten i sektor j i periode t+k. (En strukturkoeffisient i modellen.)

$\overline{X}_j^t$ = Kapasiteten i sektor j i periode t. (En variabel i modellen for $t > 1$.)

D_{ij}^t = Produksjonskapasitet av kapital i sektor j, bestående av produkt nr. i, som blir "utslitt" i periode t. (En variabel i modellen.)

c_i^t = mengden av produkt nr. i konsumert i periode t pr. enhet inntekt når gjennomsnittsinntekten ligger på et gitt normalnivå. (En strukturkoeffisient i modellen.)

R^t = Disponibel konsumentinntekt i periode t når gjennomsnittsinntekten ligger på et gitt normalnivå. (En variabel i modellen.)

d_i^t = mengden av produkt nr. i konsumert i periode t pr. enhet disponibel inntekt utover R^t. (En strukturkoeffisient i modellen.)

M^t = Disponibel konsumentinntekt i periode t minus R^t.

y_i^t = "Eksogen" etterspørsel etter produkt i i periode t. Omfatter eksport av produkt i, offentlig konsum og investering, spekulative og strategiske lagerendringer etc. Denne variable kan splittes i de enkelte komponenter, og f.eks. det offentlige konsum kan gjøres til en modellbestemt parameter mens de øvrige fastsettes eksogent.

(2) $$\beta_i^t = \sum_j \bar{a}_{ij}^t X_j^t + \sum_j \bar{b}_{ij}^{ot}(X_j^t - X_j^{t-1}) + \sum_{k>o}\sum_j \bar{b}_{ij}^{kt}(\bar{X}_j^{t+k} - \bar{X}_j^{t+k-1} + D_{ij}^{t+k})$$
$$+ \bar{c}_i^t R^t + \bar{d}_i^t M^t + \bar{g}_i^t y_i^t + s_i^t$$

$\bar{a}_{ij}^t$ = Behovet for utenlandsk type av produkt nr. i som løpende vareinnsats pr. enhet produsert i sektor j i periode t. (En strukturkoeffisient i modellen.)

$\bar{b}_{ij}^{ot}$, $\bar{b}_{ij}^{kt}$, $\bar{c}_i^t$ og $\bar{d}_i^t$ defineres tilsvarende i analogi med definisjonene under relasjon (1).

$\bar{g}_i^t$ = den del av den eksogene etterspørsel etter produkt nr. i i periode t, som gjelder utenlandsk type av produktet. (En strukturkoeffisient i modellen.)

s_i^t = Import av produkt nr. i i periode t ut over det som trenges for å tilfredsstille etterspørselen etter utenlandsk type. (En variabel i modellen: "suppleringsimport").

B. Kapitalslitet

(3) $$D_{ij}^{t} = \sum_{k} f_{ij}^{kt}(\overline{X}_{j}^{t-k} - \overline{X}_{j}^{t-k-1} + D_{ij}^{t-k})$$

f_{ij}^{kt} = den brøkdel av produksjonskapasiteten av kapital i sektor j bestående av produkt nr. i og anskaffet i periode t-k som blir utslitt i periode t. (En strukturkoeffisient i modellen.)

C. Inntektslikningene

(4) $$R^{t} = r^{t}\,\overline{N}^{t}$$

r^{t} = a priori forventet disponibel inntekt per capita eller per inntekstaker i periode t (en strukturkoeffisient i modellen, den gjennomsnittsinntekt som danner utgangspunktet for estimering av c_{i}^{t} og d_{i}^{t}).

$\overline{N}^{t}$ = Tallet på innbyggere (hvis r^{t} er definert per capita) eller på (aktuelle og potensielle) inntektstakere (hvis r^{t} er definert per inntektstaker).

(5) $$M^{t} = (1-u^{t})\left[\sum_{j}\left\{e_{j}^{t}(1-u_{o}^{t})\left[h_{j}^{o} - \sum_{i}(a_{ij}^{t} - a_{ij}^{o}) - (æ_{j}^{t} - æ_{j}^{o}) - n_{2j}^{t}(r_{2j}^{t} - r_{2j}^{o}) - (n_{2j}^{t} - n_{2j}^{o})r_{2j}^{o} - t_{j}^{t}\right] + n_{2j}^{t}r_{2j}^{t}\right\}X_{j}^{t} - R^{t} - T^{t}\right]$$

u^{t} = Gjennomsnittlig marginal skattesats ved inntekt ($R^{t} + T^{t}$) i periode t. (En variabel i modellen.)

e_{j}^{t} = Den andel av eierinntekten i sektor j som tilfaller private konsumenter i periode t. (En strukturkoeffisient i modellen.)

u_{o}^{t} = Den gjennomsnittlige andel som selskapsskatten utgjør av eierinntekten i alle sektorer i periode t. (En variabel i modellen).

h_{j}^{o} = Eierinntekt pr. enhet produkt i sektor j i periode o. (En strukturkoeffisient i modellen.)

$æ_{j}^{t}$ = Regnskapsmessig avskrivning pr. enhet produsert i sektor j i periode t. (Vi kan velge å se dette som en strukturkoeffisient i modellen.)

n_{2j}^t = Behovet for arbeidskraft pr. enhet produsert i sektor j i periode t. (En strukturkoeffisient i modellen.)

r_{2j}^t = Lønn pr. enhet (pr. timeverk) for arbeidskraft anvendt i sektor j i periode t. (En variabel i modellen.)

t_j^t = Indirekte skatt pr. enhet produsert i sektor j i periode t. (En variabel i modellen.)

T^t = Skatt på inntekt $(R^t + T^t)$ i periode t. (En variabel i modellen.)

Som den står er likning (5) av fjerde grad m.h.p. de variable. Ved diverse manipulasjoner og tilnærmelser kan den antagelig representeres av et lineært uttrykk.

D. Importoverskuddet

(6) $$I^t = \Sigma_i \beta_i^t - A^t \qquad (t = 1, 2, \ldots)$$

I^t = Importoverskudd i periode t. (En variabel i modellen.)

A^t = Eksport i alt i periode t. (En eksogen parameter i modellen.)

E. Kapasitetsutnytting

Produksjonen i en sektor kan begrenses på to måter, enten ved at det eksisterer en kapasitetsgrense $(\overline{X}_j^t)$ eller ved at det eksisterer en begrensning i tilgangen på en eller flere av innsatsfaktorene.

Bruken av kapasitetsbegrepet i modellen reiser to problemer som vi her skal vise hvordan vi kan løse:

a) "Overtidsarbeid"

I de fleste produksjonsprosesser er ikke kapasiteten et fast definert produksjonsvolum. Ved hjelp av overtidsarbeid av forskjellige arter, ved øket spill og utnyttelse av foreldet maskineri kan kapasiteten tøyes atskillig. Vi ser med en gang at vi kan oppfatte "overoptimal" produksjon som en egen prosess (eventuelt som en rekke av stadig mer uøkonomiske prosesser) som krever mer i innsats enn den normale prosessen.

b) Irreversibilitet

Hvis likning (1) skal ha noen mening, må uttrykkene $(\overline{X}_j^{t+k} - \overline{X}_j^{t+k-1} + D_{ij}^{t+k})$ være ikke-negative. Vi kan sette

$$(7) \quad q_i^{t+1} = \overline{X}_i^{t+1} - \overline{X}_i^t + \text{Min } j\,(D_{ji}^{t+1}) \qquad (i = 1, 2, \ldots, N; \quad t = 1, 2, \ldots)$$

q_i^{t+1} = En "slack"-variabel som må være ikke-negativ.

Min j (D_{ji}^{t+1}) = Minimum for j av D_{ji}^{t+1}.

Forutsetter vi full delelighet og stigende produksjon, vil det også være rimelig å sette:

$$(8a) \quad X_j^t = \overline{X}_j^t \text{ for de fleste verdier av } j \text{ og } t = 2, 3, \ldots$$

(Mens kapasiteten i år 1 er bestemt av investeringen før planperioden, og ikke nødvendigvis skal nyttes fullt ut, er kapasiteten i år 2 og fremover avhengig av disposisjoner i planperioden, og vi vil ikke planlegge slik at vi bygger ut kapasitet før den behøves.)

På denne måten får vi investeringsrelasjonene på en hendig form, men opplegget sprekker hvis vi må regne med at det kan være hensiktsmessig å la kapasitet ligge unyttet i visse perioder etter den første. For sektorer, (j), hvor vi regner med at dette kan bli aktuelt vil vi bruke følgende opplegg:

$$(8b') \quad K_i^o - \sum_j k_{ij}^1 X_j^1 - v_i^1 = 0 \quad (i = \text{kapitalproduserende sektorer})$$

$$(8b'') \quad \sum_j (k_{ij}^t - f_{ij}^t) X_j^t + X_i^t - \sum_j k_{ij}^{t+1} X_j^{t+1} - v_i^{t+1} + f_i^t v_i^t = 0 \quad (t = 1, 2, \ldots)$$

K_i^o = Kapitalmengde av type i disponibel ved begynnelsen av periode 1.

k_{ij}^t = Behovet for innsats av kapital av type i pr. enhet produkt i sektor j i periode t, når sektor j er en sektor som kan ha ledig kapasitet.

v_i^t = Unyttet kapitalmengde av type i i periode t.

f_{ij}^t = Slit på kapital av type i pr. enhet produsert i sektor j i periode t.

X_i^t = Nyprodusert kapital av type i, som kan settes inn i produksjonen fra begynnelsen av periode t+1.

f_i^t = "Overlevelsesandelen" for kapital av type i som ligger ubrukt i periode t.

X_i^t blir her produksjonen av kapitalgjenstander, og den kan oppfattes som en vanlig produksjonssektor. I visse tilfelle kan det være urealistisk å forutsette at vareinnsatsen i en slik sektor ikke gjøres før i samme periode som produktet foreligger. Dette kan det imidlertid lett tas hensyn til.

F. Flere kapasitetsforutsetninger

a. Initialbetingelser

For sektorer med lang investeringsperiode vil vi forutsette at kapasiteten i periode 1 og et antall etterfølgende perioder, svarende til byggetiden, er begrenset av investeringsstarter før planperioden.

$$X_i^t \leq \overline{X}_i^t \leq \overline{\overline{X}}_i^t$$

$\overline{\overline{X}}_i^t$ = Maksimal produksjonskapasitet i periode t som kan oppnås med de gitte pre-plan investeringer og forutsatt at de nødvendige komplementære investeringer gjøres i årene 1, 2,..., t.

Siden vi må ha

$\overline{X}_i^1 = \overline{\overline{X}}_i^1$ og ifølge (8a) har

$X_i^t = \overline{X}_i^t$ for $t > 1$, får vi

(9) $\overline{\overline{q}}_i^t = \overline{\overline{X}}_i^t - X_i^t$ (i = sektorer med lang investeringsperiode, (k); t = 1, 2,..., k)

$\overline{\overline{q}}_i^t$ = En "slack"-variabel som er definert for en periode som svarer til investeringens modningsperiode (gestation period) i sektor i. Vi må ha $\overline{\overline{q}}_i^t \geq 0$.

b. En bekvemmelighetsforutsetning

For å forenkle vil vi forutsette at økonomien vokser inn i pre-plan investeringene med høyden ett års forsinkelse.

$$X_i^{t+1} = \overline{X}_i^{t+1} \geq \overline{\overline{X}}_i^t - D_{ji}^{t+1}$$

Dette gir:

(10) $\overline{q}_i^{t+1} = \overline{X}_i^{t+1} - \overline{\overline{X}}_i^t + \text{Min } j\ (D_{ji}^{t+1})$ (i, som i (9); t = 1, 2,...,k)

$\overline{q}_i^{t+1}$ = En "slack"-variabel som er definert for en periode som svarer til investeringens modningsperiode i sektor i, men med begynnelse i periode 2.

Vi ser at q_i^{t+1} alltid vil være ikke-negativ når $\overline{q}_i^{t+1}$ er det. Den er derfor uten interesse for de perioder der $\overline{q}_i^{t+1}$ er definert.

Ut fra de forutsetninger vi nå har gjort må vi skrive om likning (1) og (2) for t = 1, og får:

$$(1') \quad X_i^1 + X_{i+1}^1 + \dots + X_{i+m_i-1}^1 + \beta_i^1 = \Sigma_j\, a_{ij}^1\, X_j^1 + \Sigma_j\, b_{ij}^{o1}(X_j^1 - X_j^o) + \sum_{k>o} \Sigma_j\, b_{ij}^{k1}(\overline{X}_j^{1+k} - \overline{\overline{X}}_j^k + D_{ij}^{1+k}) + c_i^1\, R^1 + d_i^1\, M^1 + y_i^1$$

$$(2') \quad \beta_i^1 = \Sigma_j\, \overline{a}_{ij}^1\, X_j^1 + \Sigma_j\, \overline{b}_{ij}^{o1}\,(X_j^1 - X_j^o) + \sum_{k>o} \Sigma_j \overline{b}_{ij}^{1k}(\overline{X}_j^{1+k} - \overline{\overline{X}}_j^k + D_{ij}^{1+k}) + \overline{c}_i^1\, R^1 + \overline{d}_i^1\, M^1 + \overline{g}_i^1\, y_i^1 + s_i^1$$

G. Behovet for arbeidskraft

Opererer vi med sektorer med overtidsproduksjon, må vi skjelne mellom behovet for ordinær-tid-arbeidskraft og behovet for overtidsarbeidskraft. Det kan også være aktuelt å operere med forskjellige typer av arbeidskraft.

For hver type arbeidskraft får vi da

$$(11) \quad N_i^t - \Sigma_j\, n_{ij}^t\, X_j^t - n_i^t = 0 \qquad (i = 3, 4 \dots; \quad t = 1, 2 \dots)$$

N_i^t = Fullsysselsettingsvolum av arbeidskraft type i tilgjengelig i periode t. (En eksogent gitt parameter i modellen.)

n_{ij}^t = Behovet for arbeidskraft av type i per enhet produsert i sektor j i periode t. (En strukturkoeffisient i modellen.)

n_i^t = Unyttet volum av arbeidskraft av type i i periode t. (En variabel i modellen.)

(Digresjon om modell med utdannelse

Vi ser lett hvordan "produksjon" av arbeidskraft av bestemte typer gjennom utdannelse kan innpasses i modellen. I stedet for (11) får vi:

$$(11a') \qquad (1-w_i^1)N_i^o - \Sigma_j n_{ij}^1 X_j^1 - \sum_k \sum_s n_{is}^{kl} X_s^{l+k} - n_i^1$$

$$(11a'') \qquad (1-w_i^t)\ (\Sigma_j n_{ij}^{t-1} X_j^{t-1} + \sum_k \sum_s \bar{n}_{is}^{k(t-1)} X_s^{t+k-1} + n_i^{t-1}) + X_i^t$$

$$- \Sigma_j n_{ij}^t X_j^t - \sum_k \sum_s n_{is}^{kt} X_s^{t+k} - n_i^t = 0$$

N_i^o = Fullsysselsettingsvolum av arbeidskraft av type i ved inngangen til periode 1.

w_i^t = "Dødsrate" for arbeidskraft av type i i periode t.

n_{ij}^t = Som ovenfor.

X_j^t = Som ovenfor, men omfatter også sektorer som "produserer" arbeidskraft gjennom utdanning. Det forutsettes at den nyutdannede arbeidskraft i periode t er disponibel i periode t+1.

n_i^t = Som ovenfor.

n_{is}^{kt} = Behovet for innsats av arbeidskraft av type i som lærere eller elever i periode t pr. enhet nyutdannet arbeidskraft av type s i periode t+k.

$\bar{n}_{is}^{kt}$ = Behovet for innsats av arbeidskraft av type i som lærere i periode t pr. enhet nyutdannet arbeidskraft av type s i periode t+k.

Utdannelsessektorene vil normalt også kreve andre "laggede" innsatser, f.eks. skolebygninger og skolemateriell. Hvordan dette kan innpasses er åpenbart.)

H. Linearisering av marginalinntektslikningen

Vi setter

$$(12) \qquad \sum_j (e_j^t(1-u_o^o)-1)n_{2j}^t(r_{2j}^t - r_{2j}^o)X_j^t = (1+v)^t \left\{\Sigma_j(e_j^t(1-u_o^o)-1)n_{2j}^t r_{2j}^o X_j^o\right\} (\bar{r}^t - 1)$$

$(1+v)^t$ = En a priori gjetting på brøken $\dfrac{\Sigma_j X_j^t}{\Sigma_j X_j^o}$.

$\bar{r}^t$ = En ny variabel som indikerer den gjennomsnittlige lønnsendring fra periode 0 til periode t. Hvis produksjonen i hver enkelt sektor endres i forholdet $\frac{X_i^t}{X_i^o} = (1+v)^t$ og hvis lønnen endres i samme forhold i alle sektorer, vil forholdstallet for lønnsendringen være $\overline{r}^t$ og vi har $r_{2j}^t = \overline{r}^t \cdot r_{2j}^o$. Hvis alle $r_{2j}^t = r_{2j}^o$, vil $\overline{r}^t$ være identisk lik 1. Vi vil bruke $\overline{r}^t$ som en variabel i modellen istedenfor de variable r_{2j}^t.

Vi setter også:

$$(13) \quad \sum_j e_j^t \, (t_j^t - t_j^o) \, X_j^t = (1+v)^t \left\{ \Sigma_j \, e_j^t \, t_j^o \, X_j^o \right\} (\overline{t}^t - 1)$$

$\overline{t}^t$ = En ny variabel som indikerer den gjennomsnittlige endring i indirekte beskatning fra periode 0 til periode t. Hvis produksjonen i hver enkelt sektor endres i forholdet $(1+v)^t$ og hvis den indirekte beskatning endres proporsjonalt i alle sektorer, vil endringsforholdet være $\overline{t}^t$. Hvis alle $t_j^t = t_j^o$, vil $\overline{t}^t = 1$. Vi vil bruke $\overline{t}^t$ som en variabel i modellen istedenfor de variable t_j^t.

Vi setter:

$$(14) \quad (u_o^t - u_o^o) \, \Sigma_j e_j^t \left[h_j^o - \Sigma_i (a_{ij}^t - a_{ij}^o) - (æ_j^t - æ_j^o) - (n_{2j}^t r_{2j}^t - n_{2j}^o r_{2j}^o) - t_j^o \right] X_j^t =$$

$$= u_o^o (1+v)^t \left\{ \Sigma_j e_j^t \left[h_j^o - \Sigma_i a_{ij}^t - a_{ij}^o) - (æ_j^t - æ_j^o) - (\overline{\overline{r}}^t n_{2j}^t - n_{2j}^o) \, r_{2j}^o \right.\right.$$

$$\left.\left. - t_j^o \right] X_j^o \right\} (\overline{u}_o^t - 1)$$

$\overline{\overline{r}}^t$ = En a priori gjetning på $\overline{r}^t$.

$\overline{u}_o^t$ = En ny variabel som indikerer den relative endring i den marginale selskapsskatt på eier - inntekt fra periode 0 til periode t. Hvis $X_i^t = (1+v)^t X_i^o$ for alle i og hvis $r_{2j}^t = \overline{\overline{r}}^t r_{2j}^o$ for alle j, er $\overline{u}_o^t = \frac{u_o^t}{u_o^o}$. Hvis $u_o^t = u_o^o$, er $\overline{u}_o^t = 1$. Vi vil bruke $\overline{u}_o^t$ som en variabel i modellen i stedet for u_o^t.

Vi setter

$$(15) \quad (u^t - u^o) \left\{ \sum_j \left\{ e_j^t (1 - u_o^o) \left[h_j^o - \Sigma_i (a_{ij}^t - a_{ij}^o) - (æ_j^t - æ_j^o) - (n_{2j}^t r_{2j}^t - n_{2j}^o r_{2j}^o) \right.\right.\right.$$

$$\left.\left. - t_j^o \right] + n_{2j}^t r_{2j}^o \right\} X_j^t + R^t + T^t \Big\} = u^o \left\{ (1+v)^t \, \Sigma_j \left\{ e_j^t (1-u_o^o) \left[h_j^o - \Sigma_i (a_{ij}^t - a_{ij}^o) \right.\right.\right.$$

$$\left.\left. - (æ_j^t - æ_j^o) - (\overline{\overline{r}}^t n_{2j}^t - n_{2j}^o) r_{2j}^o - t_j^o \right] + \overline{\overline{r}}^t n_{2j}^t r_{2j}^o \right\} X_j^o + R^t + T^o \Big\} (\overline{u}^t - 1)$$

$\overline{u}^t$ = En ny variabel som indikerer den relative endring i den marginale beskatning av konsumenter fra periode 0 til periode t. Hvis $X_i^t = (1+v)^t X_i^o$ for alle i, hvis $r_{2j}^t = \bar{\bar{r}}^t r_{2j}^o$ for alle j og hvis $T^t = T^o$, er $\bar{u}^t = \frac{u^t}{u^o}$. Hvis $u^t = u^o$, er $\bar{u}^t = 1$. Vi vil bruke $\bar{u}^t$ som en variabel i modellen i stedet for u^t.

Endelig setter vi:

$$(16) \quad [(1-u^o)(1-u_o^o) - (1-u^t)(1-u_o^t)] \, \Sigma_j e_j^t \, (t_j^t - t_j^o) \, X_j^t + (u^t - u^o)(u_o^t - u_o^o) \, \Sigma_j e_j^t \, [h_j^o - \Sigma_i (a_{ij}^t - a_{ij}^o) - (æ_j^t - æ_j^o) - (n_{2j}^t r_{2j}^t - n_{2j}^o r_{2j}^o) - t_j^o] \, X_j^t \cong 0$$

Siden M^t er summen av et lineært ledd i X_j^t, et lineært ledd i T^t og venstresidene i likningene (12) - (16), har vi nå fått omskrevet den til den tilnærmet identiske sum av de lineære ledd i X_j^t og T^t og høyresidene i de samme likningene. Disse høyresidene er lineære i de nye variable som er definert ovenfor.

Når modellen er løst med spesifikke verdier for de nye variable, kan likningene (12) - (15) brukes til å fastlegge tilsvarende verdier for de opprinnelige variable, og tilnærmelsen i (16) kan testes.

I. Terminalbetingelser. Suksessiv aggregering

Det vil være naturlig å ta de variable i et basisår, t = 0, som utgangspunkt for analysen. For å determinere modellen vil vi trenge en målsetting over tiden, en målsetting for et bestemt fremtidig tidspunkt, eller en målsetting over tiden frem til et bestemt tidspunkt, da dessuten visse betingelser skal være oppfylt. Vi vil gå ut fra at jo lenger frem i tiden vi går, jo mindre viktig for vårt valg av disposisjoner i dag er en detaljert fastlegging av de økonomiske betingelser. Vi vil derfor legge modellen opp med en økende grad av aggregering ettersom vi går frem i tid. Aggregeringen kan gjøres både i variabelspesifikasjonen og i tidsinndelingen. Vi kan f.eks. tenke oss:

1) Først 2-3 perioder, hver på ett år med full spesifikasjon (størrelsesorden 100 produkttyper og alternative produksjonsprosesser for et relativt stort antall produkttyper.)

2) 2-3 perioder på hver 2 år med f.eks. halvparten av det opprinnelige antall produkttyper og en tilsvarende reduksjon i tallet på alternative prosesser.

3) 1-2 perioder på hver 3 år, med et meget lite antall produkttyper og få alternative prosesser.

4) En postplan "æra" av et uspesifisert antall ettårsperioder med bare en produkttype, en produksjonsprosess og en gitt fast vekstrate.

Forutsetter vi at endringen i en variabel i hvert år i en periode av lengde t år for $t \leq 3$ er $\frac{1}{t}$ av hele endringen i perioden, ser vi lett hvordan koeffisienter og variable i den suksessivt aggregerte modell kan avledes av de generelle definisjonene. For vekstrater på under 10 °|o p.a. er forskjellen mellom denne lineære vekstforutsetningen og en forutsetning om fast årlig vekstrate ubetydelig for så korte perioder.

J. Beskrankninger

En del beskrankninger er allerede nevnt foran. Vi skal gi en samlet fremstilling her.

(17) $q_i^{t+1} \geq 0$ $\quad$ (i = 1, 2,...,N; t = perioder hvor $\bar{\bar{X}}_i^t$ ikke er definert)

(18) $\bar{\bar{q}}_i^t \geq 0$ $\quad$ (i = sektorer med lang investeringsperiode (k); t = 1, 2,...,k)

(19) $\bar{q}_i^{t+1} \geq 0$ $\quad$ (i = sektorer med lang investeringsperiode (k); t = 1, 2,...,k)

(17), (18) og (19) sammen med (8a) garanterer at $X_i^t \geq 0$ hvis $X_i^o \geq 0$ for de sektorer der (8a) gjelder. For øvrige sektorer må vi forutsette

(20) $X_i^t \geq 0$ $\quad$ (i = sektorer som ikke er pålagt full kapasitetsutnytting fra t = 2; t = 1, 2,...)

Vi forutsetter også

(21) $s_i^t \geq 0$ $\quad$ (i = 1, 2,... N; t = 1, 2,...)

En negativ s_i^t kunne bare tolkes som ekstra eksport av produkttype i utover det som inngår i y_i^t. Forutsetter vi at eksportanslaget i y_i^t er et maksimumsanslag, kan s_i^t bare være positiv og kan stå for enten virkelig supplerende import, eller som det som vil mangle på at eksportanslaget blir oppfylt.

Vi kan da også regne med at $\bar{c}_i^t$, $\bar{d}_i^t$, R^t og M^t er slik at $\beta_i^t \geq 0$ hvis $y_i^t \geq 0$, noe som følger av definisjonen av y_i^t.

Det vil i alminnelighet være grenser for hvor langt ned vi er villige til å presse den disponible inntekten, og dermed det private konsumet. Vi får derfor:

$$(22) \quad m^t = M^t - \overline{M}^t \qquad (t = 1, 2, \ldots)$$

m^t = En "slack"-variabel.

$\overline{M}^t$ = En nedre grense (kan godt være negativ) for M^t.

Begrensningen gir da

$$(23) \quad m^t \geq 0 \qquad (t = 1, 2, \ldots)$$

Tilgangen på fremmed valuta til dekning av importoverskuddet kan være begrenset av lånemulighetene i utlandet. Vi kan f.eks. forutsette:

$$(24) \quad j^t = \overline{L}^t + \Sigma_j l_j^t \Sigma_k \Sigma_i \overline{b}_{ij}^{kt} (\overline{X}_j^{t+k} - \overline{X}_j^{t+k-1} + D_{ij}^{t+k}) + l^t j^{t-1} - i^t \Sigma_{k=1}^{t-1} I^k - I^t$$

j^t = En "slack"-variabel for ikke utnyttede kredittmuligheter i periode t.

$\overline{L}^t$ = Nye generelle kredittmuligheter i utlandet i periode t. (En exogent gitt størrelse i modellen.)

l_j^t = Den andel av importen av kapitalvarer i periode t som kan finansieres med leverandørkreditter.

l^t = Den andel av unyttede kredittmuligheter i periode $t-1$ som kan utnyttes i periode t.

i^t = Den andel av kumulert importoverskudd i tidsrommet periode 1 til periode $t-1$ som kreves til avdrag og rente på gjeld til utlandet.

Vi får betingelsen

$$(25) \quad j^t \geq 0 \qquad (t = 1, 2, \ldots)$$

På grunnlag av (8b) får vi

$$(26) \quad v_i^t \geq 0 \qquad (i = \text{kapitalproduserende sektorer}; \; t = 1, 2, \ldots)$$

Tilgangen på de forskjellige typer av arbeidskraft setter skranker:

$$(27) \quad n_i^t \geq 0 \qquad (i = \text{typer av arbeidskraft}; \; t = 1, 2, \ldots)$$

Det er også rimelig å forutsette beskrankninger på de styringsvariable; u^t, u_o^t, r_{2j}^t, t_j^t og T^t. I den lineariserte formen av modellen blir det imidlertid de tilsvarende grenser for de "representant"-variable som vi utledet under H som blir av interesse. Vi forutsetter at vi kan anslå disse grensene, og setter

$$(28) \quad o_1^t = \bar{\bar{u}}^t - \bar{u}^t \geq 0$$

$$(29) \quad o_2^t = \bar{u}^t - \underline{u}^t \geq 0$$

$$(30) \quad o_3^t = \bar{\bar{u}}_o^t - \bar{u}_o^t \geq 0$$

$$(31) \quad o_4^t = \bar{u}_o^t - \underline{u}_o^t \geq 0$$

$$(32) \quad o_5^t = \bar{\bar{r}}^t - \bar{r}^t \geq 0$$

$$(33) \quad o_6^t = \bar{r}^t - \underline{r}^t \geq 0$$

$$(34) \quad o_7^t = \bar{\bar{t}}^t - \bar{t}^t \geq 0$$

$$(35) \quad o_8^t = \bar{t}^t - \underline{t}^t \geq 0$$

σ_i^t = Et sett slack-variable $(i = 1, 2, \ldots . 8)$

Symboler med dobbelt overstreking står for øvre grenser og symboler med understreking for nedre grenser for de respektive representantvariable.

K. Binding av valgmulighetene i modellen

Vi vil ikke binde oss til en spesiell objektfunksjon, men prøve å kartlegge et mulighetsområde som omfatter det som kan antas å bli aktuelt innenfor rammen av de synspunkter på den økonomiske målsetting som er vanlige i dag. Opplegget vil bli analogt det som er skissert i Notat PS|IVG 19|6-63: Notater til et opplegg for optimal programmering innenfor nasjonalbudsjettmodellen.